
This is the **published version** of the bachelor thesis:

Marín Tabuenca, Ana; Badillo Jiménez, Edelmira Rosa, dir. Importància de l'establiment de connexions matemàtiques a l'aula. Discutint si és possible el creixement de la població de conills del prat Fibonacci. 2017. 93 pag. (896 Grau en Educació Primària)

This version is available at <https://ddd.uab.cat/record/187279>

under the terms of the  license

TREBALL DE FI DE GRAU

IMPORTÀNCIA DE L'ESTABLIMENT DE CONNEXIONS MATEMÀTIQUES A L'AULA

Discutint si és possible el creixement de la
població de conills del prat Fibonacci

ANA MARÍN TABUENCA

Tutora: Edelmira Badillo Jiménez
Assessora: Conxita Márquez Bargalló

Universitat Autònoma de Barcelona
Dept. Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències Experimentals
14 de juny de 2017

UAB

ÍNDEX

1. INTRODUCCIÓ I DEFINICIÓ DEL PROBLEMA.....	2
2. MARC TEÒRIC	4
2.1. Referents curriculars	4
2.2. Referents de la Didàctica de la matemàtica.....	5
3. DISSENY DE LA RECERCA	10
3.1. Context de la intervenció.....	10
3.2. Justificació de la intervenció	10
3.3. Desenvolupament de les sessions	11
4. METODOLOGIA DE LA RECERCA	14
4.1. Disseny i mètodes de recollida de dades	14
4.2. Instruments i mètodes d'anàlisi	14
5. ANÀLISI DE DADES I DISCUSSIÓ DELS RESULTATS	16
5.1. El creixement de la població de conills de Fibonacci.....	16
5.2. Anàlisi matemàtic del procés de resolució del problema històric de Fibonacci .	18
5.3. Les connexions matemàtiques al llarg de la seqüència didàctica.....	20
5. CONCLUSIONS	25
6. AGRAÏMENTS.....	26
7. RECURSOS UTILITZATS	27
ANNEXOS	29

1. INTRODUCCIÓ I DEFINICIÓ DEL PROBLEMA

El treball de fi de grau que es presenta a continuació és un projecte orientat a **establir connexions a l'aula de primària, entre ciències, matemàtiques i llengua, per tal d'abordar de manera interdisciplinària la comprensió d'un fenomen del món, com és el creixement de les poblacions**. Per tal de desenvolupar el tema s'ha dissenyat i implementat una seqüència didàctica al curs de 6è de l'Escola Salesians de Badalona. El fil conductor de la seqüència és l'àlbum il·lustrat *Un problema de conills*, que tracta d'una població de conills que creix seguint la successió de Fibonacci a mesura que avancen els mesos del calendari. La seqüència didàctica i la posada en pràctica han estat elaborades per dues alumnes del Grau de primària amb el suport de les respectives tutores del TFG.

Aquest treball té com a objectiu **reflexionar i cercar evidències sobre la importància i la necessitat d'establir connexions a l'aula de primària, entre ciències, matemàtiques i llengua, per tal de comprendre un fenomen científic com és el creixement de les poblacions**. Així doncs, s'indaga en la relació entre les matemàtiques i les ciències tot estudiant com un problema històric sobre el creixement d'una població de conills es pot modelitzar matemàticament (sèrie de Fibonacci), però com des de la mirada de les ciències no és possible donades les condicions del problema. La pregunta d'investigació que s'aborda és:

- ♦ **Pregunta de recerca:** Quines evidències de connexions matemàtiques identifiquem, en les intervencions i produccions dels alumnes, que permeten als alumnes avançar cap a un model científic del fenomen abordat?

Els **objectius** que es plantegen són:

- Identificar i interpretar els tipus de connexions matemàtiques que emergeixen de les intervencions a l'aula i en les produccions dels alumnes.
- Interpretar la influència de les connexions en els canvis en el discurs dels alumnes cap a un model científic.

Els punts al voltant dels quals s'estructura aquest treball són: marc teòric, disseny de la recerca, metodologia de la recerca, anàlisi de dades i discussió dels resultats, i conclusions; tot seguit per 9 annexos.

El **marc teòric** recull, d'una banda, referents curriculars i, d'altra banda, referents de la Didàctica de la matemàtica, tot fent incís en connexions matemàtiques i resolució de problemes. A l'apartat del **disseny de la recerca** s'exposen les característiques del context on s'ha implementat la seqüència didàctica i, seguidament, es justifica i es descriu breument el desenvolupament de les sessions. Als annexos (de l'1 al 8), es pot trobar la programació de la seqüència didàctica amb el material que correspon a cada sessió. A **metodologia de la recerca** es descriuen els mètodes de recollida de dades, així com els instruments i mètodes d'anàlisi utilitzats. A l'annex 9 es troben les transcripcions de converses d'aula i les produccions escrites dels alumnes seleccionades per l'anàlisi.

L'**anàlisi de dades i discussió dels resultats** s'estructura en tres parts interrelacionades entre elles. En primer lloc, s'analitzen els canvis en el discurs dels alumnes sobre si és possible el creixement de la població de conills que il·lustra l'àlbum il·lustrat. En un segon punt s'analitza el procés de resolució del problema històric de Fibonacci, ja que es tracta de l'activitat al voltant de la qual s'han produït els canvis interpretats al punt anterior. Al tercer punt de l'anàlisi s'interpreten els diferents tipus de connexions matemàtiques que sorgeixen al voltant del model de creixement de Fibonacci, i d'altres que ajuden als alumnes a representar i argumentar idees científiques complexes per interpretar i justificar el creixement d'una població. Finalment, en un breu apartat de **conclusions** es recullen les idees principals que s'han extret de la recerca realitzada.

2. MARC TEÒRIC

2.1. Referents curriculars

L'actual *Decret 119/2015 d'ordenació dels ensenyaments de l'educació primària* (2015) exposa la seva proposta curricular orientada a l'**adquisició de competències**; és a dir, planteja com a finalitat que els alumnes adquireixin les eines necessàries per entendre el món i intervenir-hi de forma activa i crítica. Així mateix, la proposta curricular es vincula amb una **concepció constructivista de l'aprenentatge**, que assumeix que aprendre implica integrar i relacionar noves informacions amb els coneixements previs. També s'exposen tres claus per entendre què aporta aquesta proposta d'aprenentatge:

- Integració de coneixements. L'alumnat ha de desenvolupar la capacitat de connectar un coneixement específic amb el d'altres disciplines. Per tant, per treballar de manera competencial cal plantejar els continguts de les diferents àrees des d'un enfocament transdisciplinari.
- Funcionalitat dels aprenentatges. Cal contextualitzar l'aprenentatge i promoure que l'alumnat sigui capaç d'utilitzar els seus coneixements per comprendre i resoldre nous problemes.
- Autonomia personal. L'alumnat ha de prendre consciència del seu procés d'aprenentatge, i és important promoure processos d'interacció i de comunicació en els quals l'aprenentatge es comuniqui i es comparteixi, tot afavorint la construcció compartida de coneixement.

Àmbit de matemàtiques

Al *Decret 119/2015 d'ordenació dels ensenyaments de l'educació primària* (2015), es valoren les matemàtiques com un instrument que ha de permetre conèixer i analitzar la realitat, així com raonar, de manera crítica, sobre les diferents realitats i problemàtiques del món actual. Per tant, els continguts matemàtics, a més de desenvolupar en l'alumnat les capacitats, habilitats i destreses pròpies de l'àrea, també afavoreixen oportunitats d'aprenentatge en altres àrees de coneixement.

Des d'un enfocament competencial del currículum de matemàtiques es destaca la importància dels processos que es desenvolupen a través del treball matemàtic: resolució de problemes, raonament i prova, connexions, i comunicació i representació. Aquests processos corresponen a les quatre dimensions a partir de les quals el currículum organitza les diferents competències de l'àrea (Burgués i Sarramona, 2013). Al seu torn, s'especifica un conjunt de continguts clau per cada dimensió, que pot ajudar a un millor desenvolupament de les competències.

2.2. Referents de la Didàctica de la matemàtica

- **Connexions matemàtiques: per què són importants pels alumnes les connexions matemàtiques?**

El National Council of Teachers of Mathematics (2000) afirma que establir connexions matemàtiques ajuda a què els alumnes les vegin com un cos de coneixement unificat més que com un conjunt de conceptes i processos complexos i desconnectats. A més, la capacitat de reconèixer connexions entre idees matemàtiques, entre matemàtiques i altres disciplines, i a les experiències personals, aporta nombrosos beneficis als alumnes. Facilita la transferència i aplicació de coneixements a noves situacions, i ajuda a trobar un sentit més ampli als aprenentatges (Bamberger i Oberdorf, 2007), així com a assolir-los de manera més profunda i sostenible en el temps (NCTM, 2000).

Al *Currículum de primària* trobem dues competències a desenvolupar dins la dimensió de connexions: (1) establir relacions entre diferents conceptes, així com entre els diferents significats d'un mateix concepte; i (2) identificar les matemàtiques implicades en situacions quotidianes i escolars i cercar situacions que es puguin relacionar amb idees matemàtiques. Al NCTM (2000) també es defineixen tres focus a partir dels quals treballar les connexions a l'aula: (1) reconèixer i usar connexions entre idees matemàtiques; (2) entendre com les idees matemàtiques estan interconnectades per produir un tot coherent; i (3) reconèixer i aplicar les matemàtiques en contextos que en són externs.

Com es poden classificar les connexions?

Gamboa i Figueiras (2014) defineixen les connexions com xarxes de relacions que coordinen definicions, propietats, procediments i/o representacions mitjançant vincles lògics i coherents. Aquests autors proposen una classificació per a les connexions que poden emergir a l'aula de matemàtiques. D'una banda, es troben les **connexions intermatemàtiques**, que es produeixen en un context matemàtic sense que intervinguin conceptes o processos aliens a les matemàtiques. Dins les connexions intramatemàtiques es poden diferenciar les connexions relacionades amb **processos transversals** i les **connexions conceptuais**. Les primeres s'estableixen entre un concepte matemàtic i un procés matemàtic transversal a tots els continguts, com el raonament, la justificació o la resolució de problemes. Les segones s'estableixen entre representacions, procediments o tècniques associades a un o més conceptes. Aquestes connexions conceptuais impliquen transformacions, que poden ser de **tractament** dins d'un mateix registre de representació o de **conversió** entre diferents registres semiòtics (Duval, 2006). D'altra banda, es troben les **connexions extramatemàtiques**, que es produeixen entre un concepte matemàtic i una situació problemàtica en un context extern a les matemàtiques. Aquest context, segons Waltherdine (1998), s'ha de caracteritzar per tenir uns objectius, una tipologia de discurs i una simbologia i llenguatge diferents als propis de la matemàtica escolar. Les connexions extramatemàtiques es poden establir entre continguts matemàtics i situacions de la vida diària, altres disciplines curriculars, o bé models que s'associïn als continguts matemàtics a partir de referents reals.

Una altra possible classificació de les connexions que es donen a l'aula és la que proposen Martínez et al. (2011). Les connexions poden ser: (1) **intraconceptuals**, quan els enllaços es produeixen cap a l'interior d'un mateix concepte; (2) **interconceptuals**, quan s'enllacen idees o conceptes matemàtics diferents; i (3) **temporals**, quan els enllaços es formen entre coneixements previs i futurs, possibilitant estudiar altres propietats d'un concepte o procediment, o aplicar el coneixement après a situacions noves i/o més complexes.

Què ha de fer el mestre per promoure connexions a l'aula?

Fins ara hem vist que és necessari treballar les matemàtiques a l'aula tenint en compte diferents tipus de connexions. Però, quin és el paper que cal prendre com a mestre? Segons Bamberger i Oberdorf (2007), el rol dels educadors és ser conscients de les connexions matemàtiques existents i promoure que els alumnes desenvolupin hàbits que els portin a cercar, reconèixer i crear aquests enllaços. Els autors defensen el fet de **plantejar preguntes** com a mètode per promoure aquest procés. L'objectiu de les preguntes és que esdevinguin un model de tipus de pregunta per plantejar-se entre ells i a ells mateixos. D'aquesta manera, els alumnes poden esdevenir més conscients del seu procés d'aprenentatge i més autònoms a l'hora de construir el coneixement i establir connexions.

Pel que fa a la **integració** de les àrees de **ciències i matemàtiques**, Frykholm i Glasson (2005) defensen que ha de ser necessàriament **situacional**; és a dir, les connexions es construeixen en base a un context. Tanmateix, el context, per molt ric que sigui, només és un punt de partida a partir del qual els mestres han de promoure en els alumnes la reflexió, l'aprenentatge i el reconeixement de les relacions entre matemàtiques i ciències.

Per últim, les connexions es poden produir a l'aula en dues situacions diferents: situacions preparades prèviament pel mestre buscant l'emergència de connexions; o bé situacions en què un comentari dels alumnes o la discussió de la classe desencadena connexions. Tant en un cas com en l'altre, la capacitat del mestre per gestionar i aprofitar les oportunitats d'aprenentatge que sorgeixen lligades a les connexions és determinant (Gamboa et al., 2016).

- **Resolució de problemes: per què és important la resolució de problemes a matemàtiques?**

El desplegament de l'àrea de matemàtiques a l'etapa de primària (Burgués i Serramona, 2013) considera la resolució de problemes com una dimensió a partir de la qual es concreten tres competències bàsiques: (1) traduir un problema a una representació matemàtica i emprar conceptes, eines i estratègies per resoldre'l; (2) donar i comprovar la solució d'un problema d'acord amb les preguntes plantejades; i (3) fer preguntes i generar problemes de caire matemàtic.

Entenem un problema com "una proposta d'enfrontament amb una situació desconeguda que es planteja a través d'un conjunt de dades dins d'un context, per al qual, en principi, no es disposa d'una resposta immediata i requereix reflexionar, prendre decisions i dissenyar estratègies" (Deulofeu i Mallart, 2012, p. 9). Aquest autors, a partir dels resultats de la recerca, diferencien tres fases en el procés de resolució d'un problema: abordatge, atac i revisió. Passar d'una fase a una altra significa un canvi de pensament sobre el problema, que reflexa si s'està progressant en la seva resolució.

Burgués i Serramona (2013) valoren la resolució de problemes com una activitat en la qual es posen en joc i prenen significat pràcticament tots els aspectes treballats en educació matemàtica. Deulofeu, Figueiras i Pujol (2011) defensen que les classes haurien de partir de la resolució de problemes perquè mobilitzen tant competències matemàtiques com no matemàtiques -comunicatives, tecnològiques i socials, entre d'altres-, que faciliten la implicació dels alumnes en el seu abordatge i permeten que tots els alumnes els ataquin mitjançant diferents estratègies, desenvolupant la seva capacitat creativa. Així mateix, destaquen la necessitat de plantejar problemes que admetin diverses resolucions, ja que donen lloc a diàlegs entre els alumnes entorn als problemes i les seves resolucions, desenvolupant competències comunicatives i familiaritzant als estudiants amb procediments i estratègies que poden ser útils en la resolució d'altres problemes.

Com treballar problemes a l'aula des d'una vessant competencial?

Per treballar a l'aula de matemàtiques a partir de la resolució de problemes competencials és important que el disseny, la gestió i l'avaluació que facin els mestres permeti generar oportunitats d'aprenentatge per als alumnes, controlar el màxim de variables possibles i saber reaccionar davant dels imprevistos que puguin sorgir (Artés i Badillo, 2014).

Seguir un procés d'anticipació a la gestió de l'activitat matemàtica a l'aula requereix de dos moments: anàlisi matemàtic i anàlisi curricular; dels quals en dependran la gestió i l'avaluació del problema (Artés et al., 2015). Els dos moments del procés d'anticipació poden fragmentar-se en els 5 concretats per Artés i Badillo (2014).

- Anàlisi matemàtic. En un primer moment cal **escollir el problema matemàtic** segons què es vulgui treballar a l'aula. El segon moment consisteix en **analitzar les estratègies possibles de resolució**, de les més simples i concretes a les més complexes i abstractes, ja que dins d'una mateixa aula poden emergir una gran varietat de ritmes d'aprenentatge. L'arbre de gestió és una eina que permet als mestres anticipar la gestió a l'aula. Així doncs, l'últim moment de l'anàlisi matemàtic és **elaborar l'arbre de gestió del problema**, que dona recursos al mestre per conèixer en quin punt es troba l'alumne, a partir del qual proporcionar-li els ímputs necessaris que l'ajudin a avançar en la resolució del problema (Morera et al., 2012).

- Anàlisi curricular. El primer moment de l'anàlisi curricular es tracta d'**identificar les dimensions i competències que cal avaluar** a partir de la proposta de Burgués i Serramona (2013). Finalment, cal **elaborar i implementar les rúbriques d'avaluació**. Aquest moment implica adaptar la proposta del currículum oficial a la situació concreta d'aula. Sanmartí (2010) descriu una rúbrica com una matriu que explicita: (1) els criteris de realització relacionats amb l'avaluació d'una o més competències; i (2) els criteris de resultats corresponents als diferents nivells d'assoliment, concretats en indicadors d'avaluació específics per la tasca d'avaluació en qüestió. Aquests indicadors d'avaluació afavoreixen l'objectivitat, ja que indiquen l'acció concreta que s'observa en la realització d'una tasca. Amb una rúbrica es té en compte que una competència s'evidencia posant en joc diferents tipus de sabers alhora, i permet avaluar si aquest coneixement es mobilitza tot de manera coherent i a un determinat nivell. Així doncs, aquesta eina ajuda a conèixer què han après els alumnes i el recorregut que han seguit en la resolució del problema plantejat.

D'altra banda, l'ús d'una **base d'orientació** en la resolució de problemes matemàtics a l'aula pot millorar la capacitat dels alumnes per afrontar aquest tipus de tasca, ja que permet que l'alumnat no expert consideri i indagui en les eines i procediments matemàtics dels que disposa, a més d'ajudar-lo a organitzar-se (Villalonga i Deulofeu, 2017). Així doncs, la base d'orientació es pot utilitzar com un instrument per avaluar i regular la capacitat de l'alumnat per anticipar i planificar adequadament la resposta a un problema (Sanmartí, 2010).

3. DISSENY DE LA RECERCA

3.1. Context de la intervenció

La unitat didàctica dissenyada en el marc d'aquesta recerca s'ha implementat a l'escola Salesians de Badalona amb alumnes de sisè de primària (Cicle Superior). L'escola organitza algunes hores de matemàtiques a partir d'agrupaments flexibles per nivells, i la intervenció s'ha realitzat només al grup considerat de nivell alt. S'han format 6 grups de treball a l'aula (cinc equips de quatre membres i un de tres) que s'han mantingut des de l'inici fins al final d'aquest projecte. Totes les sessions, d'uns 50 minuts cadascuna, s'han gestionat per dues estudiants del Grau d'Educació Primària i per la mestra del grup. En algunes ocasions, també hi han assistit les tutores del treball de fi de grau de les dues estudiants. Totes les sessions de classes han estat enregistrades en vídeo i s'han recollit totes les produccions matemàtiques realitzades pels alumnes, individuals i/o en grup.

3.2. Justificació de la intervenció

La seqüència didàctica està **contextualitzada** a partir de la lectura i comprensió de l'àlbum il·lustrat *Un problema de conills* (Gravett, 2010); de manera que les diferents activitats giren entorn a la comprensió i argumentació del fenomen del creixement de la població de conills. Tanmateix, al final de la unitat es presenta un nou context als alumnes, en el qual han d'aplicar el coneixement que han anat construint per interpretar i explicar una problemàtica real. També cal destacar que la unitat didàctica s'estructura al voltant de **preguntes** que ajuden a desenvolupar els objectius proposats per cada sessió. Per cadascuna de les qüestions, el raonament i la justificació de les respostes pren un paper fonamental en la construcció de significats, així com en l'establiment de connexions entre continguts. A més, les diferents sessions de la intervenció respecten les quatre **fases d'ensenyament i d'aprenentatge** (Pujol, 2003): exploració d'idees prèvies; construcció de noves idees; estructuració dels coneixements; i aplicació del coneixement.

3.3. Desenvolupament de les sessions

- **Fase d'exploració d'idees prèvies**

El punt de partida de la nostra intervenció és la lectura i anàlisi de l'àlbum il·lustrat *Un problema de conills*, d'Emily Gravett (2010). L'autora parteix del problema històric plantejat pel matemàtic Fibonacci tot aplicant la seva successió al creixement d'una població de conills. L'interès de l'obra rau en què es relaciona i es qüestiona aquest creixement infinit que modelitza la sèrie de Fibonacci fent visibles les condicions i necessitats amb què es troba qualsevol població dins d'un ecosistema, com les condicions meteorològiques, la presència d'altres espècies, la disponibilitat de menjar, entre d'altres. D'aquesta manera, introduïm els alumnes en un context de conflicte i contradiccions que els porta a la necessitat d'establir connexions entre matemàtiques i ciències, tot relacionant un model matemàtic amb fenòmens científics mitjançant el qüestionament i la indagació. Aquesta sessió ([S.1](#)) respon a la fase d'exploració d'idees prèvies, així que, per tal de conèixer què en saben els alumnes sobre les possibilitats de creixement d'una població, els plantegem la següent pregunta: *què creieu que pot passar a la realitat i què creieu que no pot passar del fenomen que relata l'àlbum il·lustrat?*

- **Fase de construcció de noves idees**

A la primera de les quatre sessions de la fase de construcció de noves idees ([S.2](#)) plantegem la resolució del problema de conills que trobem a l'àlbum il·lustrat. Els alumnes han d'interpretar una sèrie de condicions especials que determinen el creixement d'una població de conills i, a partir d'aquí, buscar estratègies per esbrinar quina serà la quantitat de parelles de conills al final de cada mes. Amb aquest problema de generalització volem que els alumnes comuniquin els seus processos de resolució responant a la pregunta: *Com podem saber quantes parelles de conills hi haurà al següent mes?* També proposem als alumnes que vulguin anar més enllà que arribin a la quantitat de parelles de conills que haurà al final del quart any.

A la segona sessió de la fase de construcció de noves idees ([s.3](#)) s'utilitza la quantitat de parelles de conills que hi hauria al prat Fibonacci al cap de 4 anys, que s'apropa als 5 mil milions, per provocar que els alumnes es qüestionin si el model matemàtic que han trobat, la seqüència de Fibonacci, pot aplicar-se al creixement d'una població. Així doncs, han de buscar evidències que els ajudin a aclarir la següent qüestió: *Per què sorprèn el nombre de parelles de conills de la successió de Fibonacci passats 4 anys?*

Amb les dues últimes sessions de la fase de construcció de noves idees es busca que els alumnes experimentin i se'n adonin que el creixement d'una població depèn de factors que van més enllà de les seves condicions de reproducció com a individus d'una espècie. A la quarta sessió ([s.4](#)) es fa una simulació del creixement d'una població. Es tracta d'un joc en què, d'una banda, una part dels alumnes fa de conills, i surt a la recerca dels recursos necessaris per viure: aigua, aliment o refugi. D'altra banda, l'altra part de la classe constitueix l'hàbitat per on s'han de moure els conills per aconseguir aigua, aliment o refugi. No sempre tots els conills poden satisfer les seves necessitats, per tant, competeixen entre ells. En aquesta activitat es pot observar com les poblacions fluctuen responenent a les condicions del seu hàbitat (medi), però sempre dins d'un equilibri dinàmic. Durant el joc, es construeix una gràfica del creixement de la població, a partir de la qual els alumnes poden reflexionar sobre la qüestió: *Com és i com es pot explicar l'augment o la reducció d'individus en una població?*

Finalment, l'activitat que es planteja per a l'última sessió de la fase de construcció de noves idees ([s.5](#)) consisteix en què a cada grup d'alumnes se li reparteixen unes targetes que determinen les característiques d'una població de conills i de l'ecosistema del que formen part. Cada equip ha de predir què creuen que li passarà a la seva població de conills, de manera que han de reflexionar sobre la següent qüestió: *Com afecta a una població de conills la relació que estableix amb els altres factors de l'ecosistema?*

- **Fase d'estructuració, síntesi i jerarquització dels coneixements**

A la fase d'estructuració dels coneixements ([s.6](#)) es proposa la construcció d'una base d'orientació que respongui a la pregunta: *Com podem analitzar el creixement d'una població?* Després que els alumnes facin les seves propostes, se'ls reparteix una sèrie de punts que conformaran la base d'orientació. La sessió consisteix en què els alumnes expliquin el punt que els ha tocat amb les seves paraules, fent referència a les activitats que s'han dut a terme prèviament. Seguidament, es fa una posada en comú en gran grup, tot ordenant els passos de la base d'orientació.

- **Fase d'aplicació a noves situacions**

La fase d'aplicació del coneixement es duu a terme a l'última sessió ([s.7](#)), en la qual es presenta una situació diferent al context dels conills utilitzat fins al moment. Es tracta d'una problemàtica real que va tenir lloc a l'illa Marion (Sud-àfrica), on el programa d'eradicació d'una població de ratolins va acabar comportant una sobrepoblació de gats i l'extinció de tres espècies d'ocells autòctons. Es tracta que els alumnes utilitzin l'aprenentatge construït al llarg de la seqüència didàctica per analitzar de manera crítica aquesta situació, tot reflexionant sobre la qüestió: *Les mesures que s'adopten per controlar una població són sempre les adequades?* Així mateix, com a avaluació final, i per tal que els nens i nenes prenguin consciència dels nous coneixements adquirits, se'ls torna a fer la mateixa pregunta del principi de la seqüència: *De l'àlbum il·lustrat, què creieu que pot passar a la realitat i què creieu que no pot passar?*

4. METODOLOGIA DE LA RECERCA

4.1. Disseny i mètodes de recollida de dades

Aquest estudi s'emmarca dins de la metodologia qualitativa de la investigació educativa. És un estudi exploratori de naturalesa interpretativa que pretén donar resposta a un fenomen, com és l'establiment de connexions a l'aula de matemàtiques i la seva influència en els canvis del discurs científic dels alumnes, en el context d'una intervenció a l'aula. Per donar resposta a la pregunta de recerca, les dades que utilitzem per l'anàlisi són **transcripcions de converses d'aula enregistrades en vídeo i els protocols de les produccions escrites dels alumnes** ([Annex 9](#)). Les converses d'aula que es transcriuen i s'utilitzen a l'anàlisi es troben entre les sessions 1 i 6, i s'han seleccionat segons l'interès del seu contingut. D'altra banda, les produccions escrites a les quals es fa referència són les recollides a les activitats [1](#), [2](#), [3](#), [5](#), [6](#) i [7](#).

4.2. Instruments i mètodes d'anàlisi

S'han dissenyat tres instruments d'organització i interpretació dels arguments dels alumnes al llarg de la intervenció:

- Instrument 1. És una taula de doble entrada en la que s'organitzen i es visualitzen les respostes dels alumnes (eix vertical) atenent a la categoria creixement de la població (eix horitzontal). Es defineixen tres subcategories: creixement possible, creixement impossible i sense referència al creixement. Dins de les dues primeres subcategories es detalla el tipus d'argumentació que proporcionen els alumnes: explícit i no explícit. Aquest instrument ([Taula 1](#)) permet un buidatge i organització de les respostes donades a l'[activitat 1](#) (sessió 1) i l'[activitat 3](#) (sessió 3), que ens permet analitzar i contrastar les idees dels alumnes respecte el creixement de la població de conills, que és el fenomen que aborda l'àlbum il·lustrat, en dos moments diferents.
- Instrument 2. És una rúbrica d'avaluació per avaluar amb detall el procés de resolució individual i en grup dels alumnes al problema matemàtic de conills de Fibonacci presentat a la [sessió 2](#). L'instrument ([Taula 3](#)) és una taula de doble entrada: (1) *criteris de realització* (eix vertical), agrupats en les dimensions matemàtiques de resolució de problemes i de

comunicació i representació; i (2) *criteris de resultats* (eix horitzontal), on trobem els diferents nivells d'assoliment de la competència on podem situar l'alumne, que es concreten en indicadors d'avaluació específics per a cada criteri de realització.

- **Instrument 3.** És una taula de doble entrada ([Taula 2](#)) que permet organitzar i visualitzar els diferents tipus d'arguments sobre connexions matemàtiques identificats al llarg de la seqüència. A partir de la classificació de connexions matemàtiques proposada per Gamboa i Figueiras (2014), s'han definit dues categories per tal de classificar el tipus de connexions matemàtiques que emergeixen al llarg de la intervenció: extramatemàtiques i intramatemàtiques.
 - **Connexions extramatemàtiques.** Dins d'aquesta categoria, diferenciem dues subcategories: les *connexions entre llengua i matemàtiques*, que relacionen l'àlbum il·lustrat amb el problema de conills de Fibonacci; i les *connexions entre ciències i matemàtiques*, que generalment relacionen el coneixement científic sobre el creixement d'una població amb la seqüència de Fibonacci.
 - **Connexions intramatemàtiques.** Dins d'aquesta categoria, diferenciem dues subcategories: els *processos transversals*, que fan referència al raonament, la justificació, i la resolució de problemes; i les *connexions conceptuais*, on trobem les connexions de *tractament* (transformació d'una expressió matemàtica en un mateix registre) i les de *conversió* (transformació d'una expressió matemàtica entre registres diferents).

Les evidències que se sistematitzen en aquest instrument són de diferent naturalesa: (1) arguments individuals que emergeixen en les converses en gran grup durant la posada en comú de les diferents sessions; i (2) les idees dels alumnes en les seves produccions escrites individuals i grupals. En cada cas, s'especifica el tipus de dades seleccionades per il·lustrar el tipus de connexions que emergeixen a l'aula. A més, es relacionen les dades d'aquest instrument amb les de la [Taula 1](#), de manera que les respostes que a la [Taula 1](#) es classifiquen a la subcategoria de creixement possible, a la [Taula 2](#) es marquen en vermell; mentre que les classificades a la subcategoria de creixement impossible es marquen en verd.

5. ANÀLISI DE DADES I DISCUSSIÓ DELS RESULTATS

5.1. El creixement de la població de conills de Fibonacci

La [Taula 1](#) ens permet observar un gran canvi entre les respostes donades pels alumnes a l'[activitat 1](#), realitzada després de la lectura de l'àlbum il·lustrat (sessió 1) i l'[activitat 3](#), posterior a la resolució del problema de conills (sessió 3). A l'activitat 1, dels 22 alumnes, només 3 fan referència explícita al creixement de la població presentat a l'àlbum il·lustrat i afirmen que la quantitat de conills a la que s'arriba en un any és impossible a la realitat (13,6%). A l'activitat 3, en canvi, els 22 alumnes es mostren d'acord amb aquesta idea (100%).

Tot i que només són 3 els alumnes que donen una resposta explícita sobre el creixement de la població, hi ha 10 alumnes més que fan referència a factors que limiten aquest creixement: mort, falta d'aliment i d'espai, o excés en el ritme de reproducció o de creixement. Tanmateix, les respostes de 5 d'ells resulten confuses, ja que també consideren que és possible que hi hagi molts conills. En la resposta d'aquests 10 alumnes, no queda clar si les quantitats de parelles de conills que apareixen a l'àlbum il·lustrat els semblen o no possibles a la realitat. Podem interpretar que els 3 primers alumnes esmentats han relacionat les quantitats de parelles de conills que apareixen a l'àlbum amb el coneixement científic que fa impossible aquest creixement; mentre que els altres 10 alumnes no han establert aquestes relacions, de manera que no han arribat a concloure si el creixement és o no possible.

També cal destacar que, a l'[activitat 1](#), 6 dels alumnes consideren que les quantitats de parelles de conills que apareixen a l'àlbum il·lustrat són possibles a la realitat i donen arguments com la rapidesa de reproducció i el creixement en els conills (es fan adults). De les seves respostes, podem interpretar que aquests 6 alumnes no han reflexionat sobre els elements científics que limiten el creixement d'una població, ni han arribat a aplicar les regularitats o el patró del model matemàtic exponencial de Fibonacci del creixement de la població de conills.

Taula 1. Creixement de la població de conills

Alumnes	ACTIVITAT 1					ACTIVITAT 3				
	Creixement				Cap ref.	Creixement				Cap ref.
	C. Possible		C. Impossible			C. Possible		C. Impossible		
	Explícit	No explícit	Explícit	No explícit		Explícit	No explícit	Explícit	No explícit	
Alumne 1		MC		RR; M				RR; SF; M; FA; FE		
Alumne 2			RR; CR; SF					NF; SF; FA; FE; M; RR; CR		
Alumne 3	R							NF; SF; M; FE; RR; CR		
Alumne 4		C; R						NF; SF; FA; FE; M; RR		
Alumne 5			RR; NF; SF					FA; FE; M; RR; NF; SF; CR		
Alumne 6	R							FE; NF; SF; RR; M		
Alumne 7	R							FA; FE; M; RR; NF; SF; CR		
Alumne 8				M				RR; M; FA; FE; NF		
Alumne 9	C; R							NF; SF; M		
Alumne 10		MC		RR				FA; FE; M; RR; NF; SF; CR		
Alumne 11		MC		RR; FA; M; FE				RR; FE; SF; M		
Alumne 12								SF; NF; FA; M; RR		
Alumne 13				M; NF				M; RR; NF; SF; FE		
Alumne 14				M; FA; FE				FE; RR; SF; FA; M		
Alumne 15		MC		CR				NF; SF; FA; FE; RR; M		
Alumne 16				RR				NF; SF; FA; M; RR; CR; FE		
Alumne 17	R							M; NF; SF; M; RR; FE		
Alumne 18				RR; NF; FE				NF; SF; FA; FE; M; RR; CR		
Alumne 19			No Arg.					M; FA		
Alumne 20								M; SF; NF		
Alumne 21	C; R							NF; SF; FA; FE; M; RR; CR		
Alumne 22		MC		RR; NF				FA; FE; M; RR; NF; SF; CR		
Total	6	6	3	10	2	0	0	22	0	0

Arguments científics que limiten el creixement de la població:

R: Els conills es reproduïxen.

C: Els conills creïxen ràpid.

MC: Poden haver molts conills.

M: Els conills haurien de morir en algun moment

RR: Els conills es reproduïxen massa ràpid

CR: Els conills creïxen (es fan adults) massa ràpid

NF: Els conills no sempre tenen dos fills

SF: Els conills no sempre tenen mascle i femella

FA: Faltaria aliment

FE: Faltaria espai.

Entre l'[activitat 1](#) i l'[activitat 3](#) es resol el problema de conills de Fibonacci, que implica trobar el model matemàtic de creixement i la seva aplicació per calcular la quantitat de parelles de conills passats 4 anys. Podem inferir que és principalment aquesta activitat la que ha influït en els canvis evidenciats en les respostes dels alumnes, tal i com s'il·lustra a la [Taula 1](#). Aquestes evidències de canvi ens han portat a focalitzar l'atenció en l'anàlisi matemàtic del procés de resolució que han seguit els alumnes a l'abordar el problema històric plantejat per Fibonacci.

Cal destacar també que la pregunta de l'[activitat 1](#): *De l'àlbum il·lustrat, què creieu que pot passar a la realitat i què creieu que no pot passar?*; no es refereix directament al creixement de la població, sinó que planteja de manera oberta què pot ser real i què no a l'àlbum il·lustrat. Aquest fet ha portat a què, en les seves respostes a l'[activitat 1](#), només 9 alumnes hagin explicat si creuen que el creixement en qüestió és possible o no; 2 no n'hagin fet cap referència; i 11 només hagin esmentat aspectes relacionats amb aquest creixement. A l'[activitat 1](#), tots els alumnes han respost en relació a allò que han cregut més rellevant i mostrant diferents nivells de reflexió. Considerem que hagués estat interessant, per comparar les idees dels alumnes envers el creixement de la població abans i després de la resolució del problema matemàtic, plantejar una pregunta que promogués la reflexió de tots els alumnes sobre el creixement de la població de conills, com es fa a l'[activitat 3](#), amb la pregunta: *Penseu que aquest creixement és possible? Sí o no? Per què?* Probablement les respostes haguessin estat més explícites, permetent-ne una millor interpretació.

5.2. Anàlisi matemàtic del procés de resolució del problema històric de Fibonacci

La rúbrica elaborada específicament per avaluar el procés de resolució del problema de conills de Fibonacci ([Taula 3](#)) contempla tres criteris de realització: (1) anàlisi de la informació; (2) desenvolupament d'estratègies; i (3) comunicació dels resultats. Per il·lustrar els diferents nivells d'assoliment evidenciats pels alumnes, analitzem 3 casos com a mostra dels processos de resolució del problema matemàtic que van sorgir a l'aula, un dels quals es troba a l'[Annex 9](#). Cal dir que el problema es va resoldre en grups, tot i que trobem diferències individuals dins de cada grup en les produccions escrites individuals del procés de resolució. A més, cal destacar que tots els grups, en un inici, van utilitzar el [material manipulatiu](#) per representar el creixement de la població de conills.

- **Cas 1.** Al [Quadre 1](#) podem veure com l'alumne resol el problema correctament i expressa el procés de resolució mitjançant dos tipus de representació: una representació numèrica per descriure la seqüència de Fibonacci; i una representació analítica que s'acosta al llenguatge algebraic per expressar els càlculs utilitzats per construir la seqüència. Cal destacar que l'alumne acompanya aquestes representacions amb una argumentació verbal.

La [Taula 4](#) correspon a la rúbrica d'avaluació del procés de resolució del Cas 1. Al criteri de realització (1) l'ubiquem en el nivell 3, ja que tot i que veiem que l'alumne identifica i interpreta correctament les dades del problema en construir la seqüència de Fibonacci, no les explicita. Al criteri de realització (2) l'ubiquem al nivell 3. L'alumne troba regularitats entre els nombres de la seqüència, de manera que per obtenir la quantitat total de parelles de conills d'un mes X utilitza tres sumes i una divisió. Per obtenir el número de bebès suma els del mes $X-1$ i $X-2$; i pel número d'adults suma els adults i bebès del mes $X-1$. Després suma el número d'adults i bebès del mes X i divideix el total entre 2 per obtenir la quantitat de parelles. Amb aquestes regularitats, l'alumne troba la quantitat de parelles de conills passats 4 anys. Tanmateix, no mostra que hagi trobat el patró que generalitza la seqüència, fet que es pot entendre per la complexitat del patró matemàtic que modelitza la seqüència, que no es correspon amb l'Etapla educativa d'aquests alumnes. Al criteri de realització (3) l'hem situat al nivell 4. A part de descriure els termes de la seqüència i remarcar-ne els que demana l'enunciat del problema, explica tant verbal com analíticament el procés de resolució seguit i les regularitats numèriques trobades. Així doncs, l'alumne (Cas 1) es troba entre el nivell 3 i el 4 d'assoliment.

- **Cas 2.** El [Quadre 2](#) correspon al procés de resolució del Cas 2. La quantitat de parelles de conills al quart any a la que s'arriba és incorrecta, però el procés seguit per arribar-hi és correcte. S'utilitzen dues taules per descriure els termes de la seqüència, seguides d'una argumentació verbal sobre el procés de resolució. La primera taula expressa la quantitat de parelles fins al mes 12 amb marques (de diferent color per adults i bebès), acompanyades d'una expressió numèrica que acaba substituint la representació gràfica. La segona taula és de doble entrada, amb el mesos de l'any a l'eix horitzontal i el número d'any (del 1r al 4t) a l'eix vertical, de manera que recull les quantitats de parelles de conills fins al quart any.

La [Taula 5](#) correspon a la rúbrica d'avaluació del procés de resolució del Cas 2. Al criteri de realització (1) l'ubiquem al nivell 4. A l'inici expressa amb claredat les dades del problema i amb el procés de resolució mostra que les interpreta correctament. Als criteris de realització (2) i (3) l'ubiquem al nivell 4. L'alumne, després de trobar regularitats entre els termes de la seqüència, identifica alguns aspectes matemàtics relacionats amb el patró que modelitza la sèrie. És a dir, explica verbalment que el total de conills d'un mes és igual a la suma del total de conills dels dos mesos anteriors. Podem dir que l'alumne (Cas 2) es troba al nivell 4 d'assoliment.

Com hem pogut mostrar, a la resolució del problema els alumnes han utilitzat diferents representacions matemàtiques per expressar el model matemàtic de creixement de la sèrie de Fibonacci, i han trobat que el número de parelles de conills als 4 anys s'acosta als 5 mil milions. Aquests aspectes, que poden explicar el canvi en les respostes dels alumnes sobre si aquest creixement és possible o no ([Taula 1](#)), estan influenciats per l'establiment de connexions matemàtiques a l'aula. Per tant, inferim que la identificació i anàlisi d'aquestes connexions matemàtiques al llarg de la intervenció ens pot ajudar a interpretar els arguments dels alumnes sobre el model matemàtic de Fibonacci, i com el relacionen amb: la comprensió de les idees que proposa l'àlbum il·lustrat; i el coneixement científic necessari per interpretar el creixement d'una població. Així doncs, passem a l'anàlisi de la [Taula 2](#), que recull i classifica les connexions matemàtiques que emergeixen al llarg de la seqüència didàctica.

5.3. Les connexions matemàtiques al llarg de la seqüència didàctica

- **Connexions matemàtiques al voltant del model de creixement de Fibonacci**

La [Taula 2](#) mostra que les connexions matemàtiques relacionades amb el model de creixement de Fibonacci que emergeixen a l'aula es troben concentrades sobretot a les sessions [1](#), [2](#) i [3](#). Destaquen les *connexions extramatemàtiques* (CE) amb llengua i ciències i, de manera especial, emergeixen les *intramatemàtiques* (CI) durant sessió [2](#) i [3](#) (resolució del problema).

Pel que fa a les *CE entre matemàtiques i llengua*, podem identificar, a la conversa sobre l'àlbum il·lustrat ([s.1](#)), com la lectura (*llengua*) ha promogut que els alumnes fessin referència a les condicions de creixement de la població de conills del problema matemàtic de Fibonacci (*matemàtiques*). Tot i això, les interpretacions encara no són del tot correctes:

mostren dificultats per comprendre que les parelles de conills adults no es reproduïxen només una vegada, sinó cada mes. A la conversa inicial de la segona sessió ([s.2](#)) es reprenen les condicions del problema a partir de l'àlbum, i es posa èmfasi en fer-ne una bona interpretació, que ajudarà als alumnes en el procés de resolució del problema.

La resolució del problema de conills de Fibonacci ha fet emergir diferents *CI*. Identifiquem *connexions conceptuals de conversió*, ja que la seqüència numèrica de Fibonacci es representa a través de diferents registres: (1) gràficament, amb material manipulatiu i/o diagrames d'arbre; (2) numèricament, en taules o llistes; i (3) mitjançant un gràfic lineal, proposat per les mestres. També trobem *connexions relacionades amb processos transversals*, ja que part de la resolució del problema consisteix en argumentar les estratègies utilitzades. Així doncs, els alumnes argumenten la forma en què representen la seqüència (material manipulatiu, taules i llistes, i gràfica lineal); les regularitats que troben entre els termes de la sèrie; el patró que la generalitza; i les operacions que utilitzen per resoldre el problema.

Les *CE entre matemàtiques i ciències* prenen un pes important en les activitats [1](#) i [3](#). Per respondre-les, els alumnes contrasten el creixement de la població de conills del problema (*matemàtiques*) amb el creixement d'una població a la realitat, utilitzant el *coneixement científic*. Podem veure que, a l'[activitat 3](#), després de resoldre el problema matemàtic i representar el seu model de creixement, emergeixen més *CE entre matemàtiques i ciències* per argumentar que aquest creixement no és possible. És possible que aquest canvi estigui influenciat pels tipus de *CI* esmentades anteriorment, que emergeixen durant la resolució del problema. Aquestes *CI* poden explicar una millor interpretació dels alumnes del model matemàtic de creixement de Fibonacci i, a partir d'aquí, una argumentació més elaborada per criticar-lo.

- **Connexions matemàtiques per comprendre el creixement d'una població**

La [Taula 2](#) mostra que les *CE entre matemàtiques i ciències* han sorgit en totes les sessions (1-6). Després de la intervenció, podem inferir que aquestes *CE* emergeixen com a resultat de l'establiment de diferents *CI*, que han permès comprendre millor els conceptes que es volien treballar, com ara el creixement i l'equilibri d'una població. A continuació, exposarem algunes d'aquestes relacions entre *CE* i *CI*.

A més de les connexions matemàtiques relacionades amb el model de creixement de Fibonacci, la [Taula 2](#) mostra que, sobretot a les sessions [4](#), [5](#) i [6](#), en sorgeixen d'altres que ajuden als alumnes a representar i argumentar idees científiques més complexes per interpretar i justificar el creixement d'una població.

A la [sessió 4](#), en la qual es juga al joc de les poblacions i es recullen els resultats en una gràfica lineal, sorgeixen tant *CI* com *CE*. En primer lloc, trobem *CI conceptuais de conversió* al representar amb gràfiques la quantitat de conills vius després de cada partida. Se'n fan dues: una de les hipòtesis dels alumnes sobre com es desenvoluparà el joc, feta individualment i per escrit a l'inici ([exemples](#)); i una altra dels resultats de les partides. Inferim que aquestes diferents formes de representació de les dades i variables del joc i la seva interpretació han portat als alumnes a establir *CI relacionades amb processos transversals*. Per últim, cal destacar les *CE entre matemàtiques i ciències*. Al discutir en gran grup sobre la idea d'equilibri en una població (*ciències*) fent referència a la gràfica elaborada a partir del joc (*matemàtiques*), els alumnes arriben a concloure que, en una població en equilibri, la quantitat d'individus creix i decreix dins d'uns marges més o menys amplis.

A la [sessió 5](#), en la qual es preveu com evoluciona una població de conills en un ecosistema amb condicions determinades, un dels grups ha argumentat com quedaria limitat el creixement de la seva població a partir del càlcul de percentatges d'aliment disponible per cada conill segons la quantitat d'individus a la població. En aquest cas, identifiquem *CE entre matemàtiques i ciències*; així com *CI conceptuais de conversió*, ja que es calculen els percentatges a partir de les seves fraccions respectives, i es representen gràficament.

Per últim, a la [sessió 6](#) d'estructuració mitjançant una base d'orientació, podem identificar *CE entre matemàtiques i ciències* en les aportacions del grup que desenvolupava el primer punt de la base *-Identificar l'espècie en creixement i les seves característiques de reproducció-*. El grup ha reflexionat sobre la importància de calcular el ritme de reproducció d'una població. Tanmateix, s'entén que aquest primer pas, on les *matemàtiques* tenen més pes, no és suficient per analitzar el creixement d'una població. El resultat seria sempre un "creixement infinit", que s'associa amb la idea científica de sobrepoblació; pel que cal tenir en compte molts altres factors *científics* que regulen aquest creixement.

Taula 2. Connexions matemàtiques

Sessió	Connexions	EXTRAMATEMÀTIQUES		INTRAMATEMÀTIQUES		
		Matemàtiques / Llengua	Matemàtiques / Ciències	Conceptuals		Processos transversals
				Conversió	Tractament	
1		<p>Al maig la parella té 2 B i són 2 P. A l'abril, com que els conills es fan A en un mes, són A i tenen 2 B: 3 P (6 conills) (ex. 1.3.)</p> <p>Al novembre són molts (superpoblació de conills, 89 P) i no caben al prat. Al desembre posa 144 P, es ratlla i posa 0, i surten tots de sota la neu (ex. 1.4.)</p>	<p><u>Ficció</u>: no mor cap conill en un any; creixen en un mes; es reproduïxen massa ràpid; en 1 any hi ha 144 P; tenen sempre 2 B (mascle, femella); hi ha suficient menjar; es comença amb un sol conill.</p> <p><u>Realitat</u>: la població creix molt en 1 any i hi ha molts conills, crien molt i creixen ràpid, no caben al prat. (activitat 1)</p>	<p>Els conills compten les pastanagues de 5 en 5 amb ratlletes (ex. 1.2.)</p> <p>El gràfic de barres explica la quantitat de conills a cada mes; i el termòmetre explica si fa fred o calor (ex. 1.1.)</p>		
2 i 3		<p>El problema és: si es deixen dos conills sols en un prat, al final d'un any quants hi haurà. Al cap d'un mes són A i a l'altre tenen B (mascle i femella) que també es fan A i tenen B. Els A tenen B cada mes, sinó no tindria sentit que tan ràpid tinguessin tants fills (ex. 2.1.)</p>	<p>A la vida real no es dóna aquest creixement perquè: moren (embaràs, condicions climàtiques, depredadors, malalties); no es poden reproduir ni créixer tan ràpid; aliment i espai limitats; no sempre tenen mascle i femella; no se solen reproduir amb germans; la fertilitat acaba; els humans poden controlar la població (ex. 2.5. i activitat 3)</p>	<p>Material manipulatiu o diagrama d'arbre per trobar la sèrie numèrica (llista, taula) (ex. 2.2. i imatges)</p> <p>Gràfic lineal a partir de la sèrie numèrica: hipòtesis amb el dit i observació del creixement (ex. 2.6.)</p>	<p>Eleva 144 a 4 és multiplicar-lo per sí mateix 4 vegades (ex. 2.4.)</p>	<p>Suma A i B i dona A del mes següent; A és B del mes següent (regularitat). Suma de conills dels 2 mesos anteriors (patró) (ex. 2.3.)</p> <p>Eleva 144 a 4 no dona les parelles de conills al 4t any perquè: no comença de nou cada mes, no tots els anys són iguals (ex. 2.4.)</p> <p>El gràfic lineal mostra que el creixement no és sempre igual: al principi no es nota molt la diferència i després, com que hi ha més P de conills, cada vegada creix més (ex. 2.6.)</p>

4		La gràfica del joc no mostra una població en equilibri perquè puja i baixa molt , seria amb més línia recta amb pujades i baixades . La última línia és la que més s'assembla a una població real. Hi ha èpoques amb més conills i amb menys (ex. 3.3.)	Gràfic lineal a partir de les quantitats que es donen en el joc i hipòtesis de com imaginem que serà la gràfica lineal (ex. 3.1.)		El gràfic lineal quedarà: més allargat horitzontalment i no tant en pic ; més equilibrat perquè moren i tornen a ser conills; si molta gent no encerta quedaran menys conills, i baixarà; pot pujar (ex. 3.1.) El resultat del gràfic lineal ha quedat que puja i baixa , perquè conills i medi es transformaven en l'altre, no tots els conills poden aconseguir tot el que necessiten (ex. 3.2.)
5		En una població amb condicions molt bones per créixer i esdevenir sobrepoblació, no hi hauria suficient per alimentar a tota la població, tindrien un percentatge més baix d'aliment per cada conill . La quantitat de menjar per conill cada cop aniria baixant fins que es podrien morir de gana. Per això, 2 conills tenen 50% d'aliment, 10 conills un 10% , 50 un 2% i 100 conills un 1% (ex. 4.1. i activitat 5)	S'expliquen percentatges de quantitat de menjar segons el nº de conills amb representacions gràfiques i fraccions : per 10 conills el 10% de menjar (100 dividit entre 10 són 10); per 50 conills el 2% de menjar (50 més 50 és el 100%) (ex. 4.1. i activitat 5)		
6		El primer pas per analitzar el creixement d'una població és <i>Identificar (...) les seves característiques de reproducció</i> . Tenir en compte només això donaria sempre superpoblació , creixement infinit , cal analitzar factors que la regulen: <i>diversitat genètica (tendència a patir malalties, color...), depredadors...</i> (ex. 5.1.)			

P: Parelles; A: Adults; B: Bebès

5. CONCLUSIONS

Per la realització d'aquest Treball de Final de Grau ens vam plantejar la pregunta de recerca: *Quines evidències de connexions matemàtiques identifiquem, en les intervencions i produccions dels alumnes, que permeten als alumnes avançar cap a un model científic del fenomen abordat?*

El primer pas consistia en dissenyar la seqüència didàctica. Considerem que les activitats i tasques proposades ens han permès fer una recollida de dades rica pel posterior anàlisi. D'altra banda, haver planificat les preguntes que orientarien la gestió (en converses en gran grup o en la resolució del problema matemàtic) ha estat clau per aconseguir que emergissin connexions matemàtiques a l'aula, i per a què els alumnes avancessin cap al model científic del creixement d'una població. Tanmateix, som conscients que en diversos moments de la gestió es podria haver tret més profit de situacions i aportacions dels alumnes, amb preguntes més concretes que promoguessin l'establiment de connexions.

L'àlbum il·lustrat *Un problema de conills* d'Emily Gravett ha contextualitzat els continguts abordats en la intervenció. Tanmateix, hem vist que el context no era suficient per a què tots els alumnes reflexionessin sobre el model matemàtic de creixement de la població de conills de Fibonacci i el relacionessin amb el coneixement científic. Hem inferit que ha estat el plantejament de preguntes i les activitats sobre el context presentat el que ha dut als alumnes a establir connexions, tant intra com extramatemàtiques. També cal destacar que hem trobat relacions entre aquests dos tipus de connexions (*CI* i *CE*) emergides al llarg de la sessions. Hem interpretat que les *CI conceptuals de conversió* (representació gràfica de conceptes) i les *CI relacionades amb processos transversals* (interpretació de gràfiques i justificació d'estratègies en la resolució del problema matemàtic) han ajudat als alumnes en l'argumentació científica sobre el fenomen tractat, fent emergir *CE entre matemàtiques i ciències*.

Podem concloure que proporcionar un context és una condició necessària per motivar i captar l'interès dels alumnes, així com per crear un ambient que pugui ser significatiu per a ells. Però la contextualització no és suficient per establir connexions entre disciplines que promoguin la construcció de coneixement científic, sinó que cal proporcionar activitats intencionals per a l'establiment de *CI*, a partir de les quals establir *CE* per explicar els fenòmens del món.

6. AGRAÏMENTS

A l'Edelmira Badillo i la Conxita Márquez, per la seva tutorització i assessorament i, sobretot, per haver compartit amb nosaltres la il·lusió en aquest projecte. La realització d'un treball d'investigació d'aquestes característiques ha estat un procés difícil per a nosaltres, de manera que apreciem la implicació de les dues tutores d'aquest TFG, que ens han ajudat a superar les dificultats amb què ens hem anat trobant i a veure-li sentit a tot l'esforç que hem dedicat a l'elaboració d'aquesta investigació. En ser dues professores amb molta experiència i coneixement sobre els àmbits que hem tractat, ens han proporcionat tot tipus de bibliografia, recursos i orientació per desenvolupar el nostre treball amb rigurositat.

A la Lourdes Cuadras, que no només ens ha cedit les seves classes per realitzar la nostra intervenció, sinó que també ha fet que ens sentíssim còmodes a l'aula, valorant en tot moment les nostres propostes, i donant-nos llibertat i suport quan ho hem necessitat. Aquest treball tampoc hagués estat possible sense els alumnes de sisè de primària de l'Escola Salesians de Badalona, que han participat amb molt interès i motivació en totes les activitats proposades.

A la Mariona Domènech i a la Montserrat Cabello, per la seva disposició per ajudar-nos en la redacció d'aquest TFG, amb orientacions concretes i suggeriments de millora. Des d'una visió crítica externa, els seus comentaris ens han aclarit el significat de diferents conceptes científics per tal d'utilitzar-los correctament, de manera que ens han permès anar millorant aquest treball.

7. RECURSOS UTILITZATS

- Artés, M. i Badillo, E. (2014). Resolució de problemes. Com podem planificar, gestionar i avaluar competencialment. *GUIX-Elements d'Acció Educativa*, 409, 12-17.
- Artés, M., Badillo, E., García, I., Morera, L. i Prat, M. (2015). Una propuesta metodológica para el diseño, gestión y evaluación competencial de estrategias de resolución de un problema multiplicativo combinatorio. *NÚMEROS*, 89, pp. 69-85.
- Bamberger, H. i Oderdorf, C. (2007) *Introduction to Connections Grades 3-5*. Portsmouth: Heinemann.
- Burgués, C. i Sarramona, J. (coords.) (2013). Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. Identificació i desplegament a l'educació primària. Barcelona: Generalitat de Catalunya.
- Decret 119/2015, de 23 de juny, d'ordenació dels ensenyaments de l'educació primària, DOGC 6900 (2015).
- De Gamboa, G. i Figueiras, L. (2014). Conexiones en el conocimiento matemático del profesor: propuesta de un modelo de análisis. Dins M. T. González, M. Codes, D. Arnau, y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 337-344). Salamanca: SEIEM.
- Deulofeu, J., Figueiras, L. i Pujol, R. (2011). De lo previsible a lo inesperado en un contexto de resolución de problemas. *UNO-Revista de didáctica de las matemáticas*, 58, 84-97.
- Deulofeu, J. i Mallart, A. (2012). Una estrategia para mejorar la comprensión de los enunciados de los problemas. *UNO-Revista de didáctica de las matemáticas*, 59, 83-92.
- Deulofeu, J. i Villalonga, J. (2017). Representar problemes usant una base de orientació. *UNO-Revista de didáctica de las matemáticas*, 75, 59-65.
- Franquesa, T., Alves, I., Prieto, A.M. i Cervera, M. (1998). *Hàbitat. Guia d'activitats per a l'educació ambiental*. Barcelona: Institut d'Educació.
- Frikholm, J. A. i Glasson, G.E. (2005). Connecting Science and Mathematics instruction: Pedagogical content knowledge for teachers. *School Science and Mathematics*, 105(3), 127-141.
- Gamboa, G., Badillo, E., Ribeiro, M., Montes, M. A. i Sánchez-Matamoros, G. (2016). Teacher's knowledge and the use of connections in the classroom. Dins M. Stephan et al. (Eds.). *Proceedings ERME Topic Conference ETC3. Mathematics Teaching, Resources and Teacher Professional Development*. Berlín, Alemanya: ERME.
- González, N. i Sarramona, J. (coords.) (2015). Competències bàsiques de l'àmbit de coneixement del medi. Identificació i desplegament a l'educació primària. Barcelona: Generalitat de Catalunya.

- Gravett, E. (2010). *Un problema de conills*. Barcelona: Cruïlla.
- Martínez, M., Giné, C., Fernández, S., Figueiras, L. i Deulofeu, J. (2011). El conocimiento del horizonte matemático: más allá de conectar el presente con el pasado y el futuro. Dins M. Marín, G. Fernández, L.J. Blanco, M. Palarea (Eds.) *Investigación en Educación Matemática XV*. (pp. 429-438) Ciudad Real: SEIEM.
- Morera, L., Chico, J., Badillo, E. i Planas, N. (2012). Problemas ricos en argumentación para secundaria: reflexiones sobre el pensamiento del alumnado y la gestión del profesor. *SUMA-Revista sobre la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas*, 70, 9-20.
- Morera, L. i Fortuny, J.M. (2010). Momentos clave en el aprendizaje de isometrías. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 435-450). Lleida: SEIEM.
- Morros, A., Badillo, E., Boukafri, K. i Fernández, P. (2017). La fotografía matemática como un instrumento para la argumentación de la fracción. *UNO-Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 75, 66-71.
- Pujol, R.M. (2003). *Didáctica de las ciencias en la educación primaria*. Madrid: Síntesis.
- Sanmartí, N. (2010). Avaluar per aprendre. L'avaluació per millorar els aprenentatges de l'alumnat en el marc del currículum per competències. Barcelona: Generalitat de Catalunya. Departament d'Educació. Direcció General de l'Educació Bàsica i el Batxillerat.

ANNEXOS

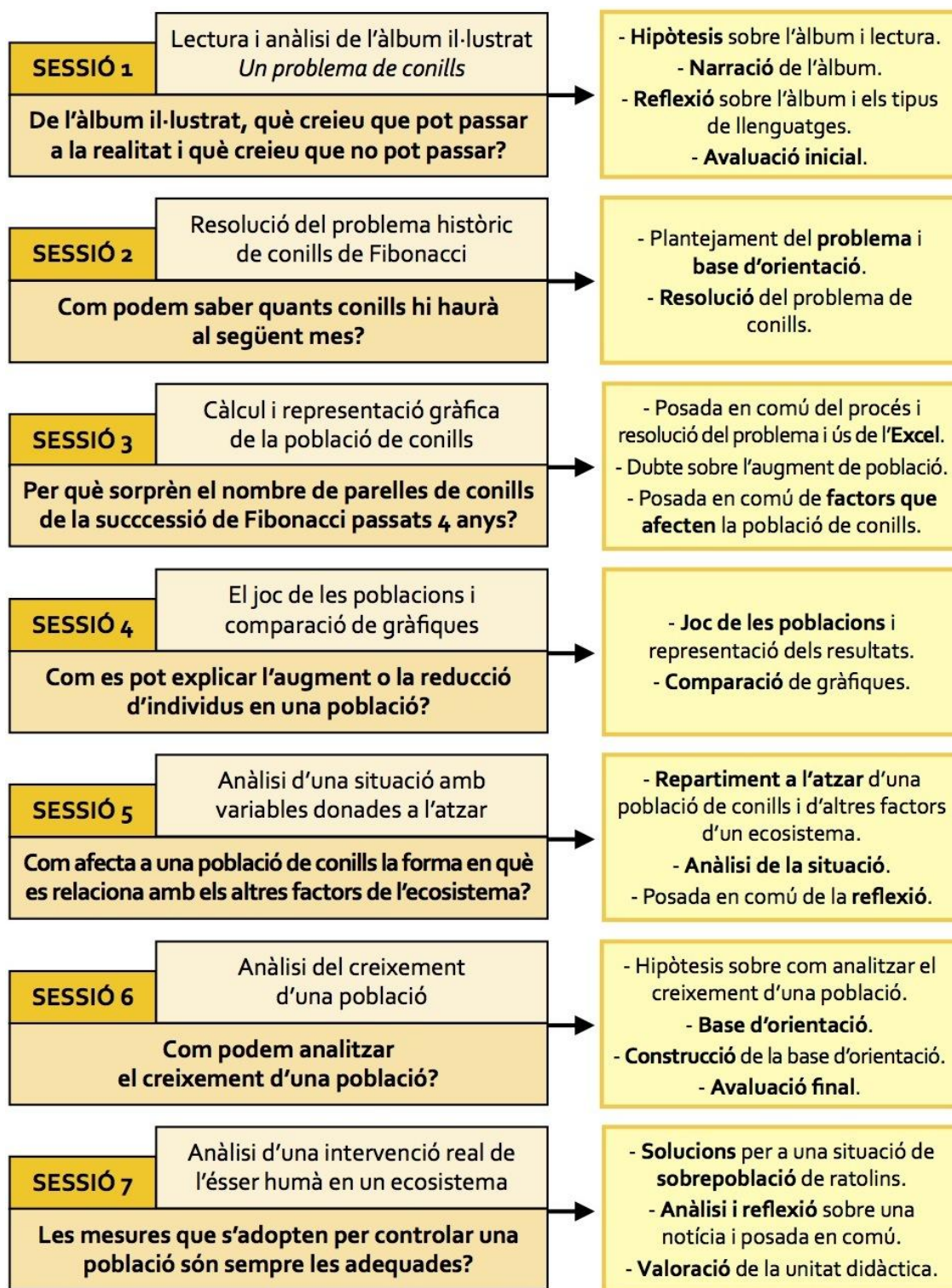
ANNEX 1. Desenvolupament general de la unitat didàctica.....	31
1. Esquema de les sessions	31
2. Competències, objectius i continguts	32
3. Instruments d'avaluació	36
ANNEX 2. Sessió 1: Lectura i anàlisi de l'àlbum il·lustrat ! "#\$%&' () * +#,)#-&" .((/	37
1. Taula de la primera sessió	37
2. Anàlisi de l'àlbum <i>Un problema de conills</i>	39
3. Diapositives de diferents llenguatges	41
4. Avaluació inicial	42
ANNEX 3. Sessió 2: Resolució del problema històric de Fibonacci	43
1. Taula de la segona sessió	43
2. Material i preguntes pels alumnes	44
2. Anàlisi matemàtic del problema	46
2. Anàlisi curricular del problema	50
ANNEX 4. Sessió 3: Càlcul i representació gràfica de la població de conills	52
1. Taula de la tercera sessió	52
2. Taula i gràfiques de l'Excel	53
3. Full de reflexió sobre el creixement de la població de conills	54
ANNEX 5. Sessió 4: El joc de les poblacions i comparació de gràfiques	55
1. Taula de la quarta sessió	55
2. Explicació del joc de les poblacions	56
3. Orientar la comparació entre gràfiques	56
ANNEX 6. Sessió 5: Anàlisi d'una situació amb variables donades a l'atzar	57
1. Taula de la cinquena sessió	57
2. Variables per repartir a l'atzar	58
2. Full per l'anàlisi de l'evolució d'una població	61
ANNEX 7. Sessió 6: Anàlisi del creixement d'una població	62
1. Taula de la sisena sessió	62
2. Base d'orientació	63
3. Avaluació final	64
ANNEX 8. Sessió 7: Anàlisi d'una intervenció real de l'ésser humà en un ecosistema ..	65
1. Taula de la setena sessió	65
2. Notícia de l'illa Marion	66
3. Preguntes per l'anàlisi d'una intervenció humana en un ecosistema	68

ANNEX 9. Transcripcions de converses d'aula i produccions dels alumnes	70
1. Àlbum il·lustrat i avaluació inicial.....	70
2. Resolució del problema de conills.....	72
3. Joc de les poblacions	84
4. Variables a l'atzar	89
5. Base d'orientació	91

ANNEX 1.

Desenvolupament general de la unitat didàctica

1. Esquema de les sessions



2. Competències, objectius i continguts

- Àmbit matemàtic

COMPETÈNCIES MATEMÀTIQUES							
Sessions							Dimensió: resolució de problemes
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	Competència 1. Traduir un problema a una representació matemàtica i emprar conceptes, eines i estratègies matemàtiques per resoldre'l.
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	Competència 2. Donar i comprovar la solució d'un problema d'acord amb les preguntes plantejades.
Sessions							Dimensió: raonament i prova
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	Competència 4. Fer conjectures matemàtiques adients i comprovar-les.
Sessions							Dimensió: comunicació i representació
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	Competència 8. Expressar idees i processos matemàtics de manera comprensible tot emprant el llenguatge verbal (oral i escrit).

OBJECTIUS MATEMÀTICS							
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	1. Utilitzar i valorar les matemàtiques com una eina útil per comprendre el món i per expressar informacions i coneixements sobre l'entorn, i reconèixer-les com una ciència oberta i dinàmica.
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	2. Reconèixer el raonament, l'argumentació i la prova com aspectes fonamentals de les matemàtiques.
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	3. Planificar i aplicar estratègies (anàlisi de semblances i diferències, exploració sistemàtica de diferents possibilitats i generalització, entre altres) per resoldre problemes i modificar-les, si cal.

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	4. Organitzar i consolidar el pensament matemàtic a partir de la comunicació coherent i clara de les pròpies idees, i dels processos matemàtics emprats, als companys i als mestres.
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	5. Crear i utilitzar representacions per organitzar, registrar i comunicar les idees i els processos matemàtics, així com interpretar i usar el llenguatge matemàtic, com ara xifres, signes, dibuixos geomètrics, taules i gràfics per descriure fenòmens habituals.

CONTINGUTS MATEMÀTICS							
Sessions				Relacions i canvi			
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	1. Exploració de la identificació i interpretació de dades o variables en contextos significatius.
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	2. Utilització i elaboració de gràfics i taules per representar i interpretar constants, relacions i canvis entre elles.
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	3. Representació, interpretació i expressió de funcions lineals conegudes (creixement, temperatura...) a partir de l'estudi de fenòmens de la quotidianitat.
Sessions				Estadística i atzar			
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	4. Comparació de conjunts de dades per establir i interpretar possibles relacions entre elles.
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	5. Realització d'observacions, formulació de conjetures i proposta de noves preguntes basades en l'anàlisi del comportament de fenòmens amb dues o més mostres.
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	6. Utilització de gràfics (diagrames de punts) per representar i interpretar la relació entre els comportaments (similituds i diferències) de més d'una població amb característiques diferents, per tal de resoldre de problemes sobre fenòmens associats al creixement de poblacions.

- Àmbit científic

COMPETÈNCIA 1							
Plantejar-se preguntes sobre el medi, utilitzar estratègies de cerca de dades i analitzar resultats per trobar respostes							
Sessions							OBJECTIUS
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	1. Respondre preguntes complexes.
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	2. Utilitzar estratègies de registre de dades.
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	3. Analitzar resultats amb coneixements científics per arribar a respostes.
							CONTINGUTS
Sessions							Fases d'investigació
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	1. Anàlisi dels resultats.
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	2. Elaboració de conclusions, síntesis.
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	3. Comunicació de resultats: oral, escrita, gràfica.
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	4. Formulació d'hipòtesis, anticipació de respostes i curiositat científica.
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	5. Recollida de dades: rigor i fiabilitat.
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	6. Preguntes científiques.

COMPETÈNCIA 4							
Analitzar paisatges i ecosistemes tenint en compte els factors socials i naturals que els configuren, per valorar les actuacions que els afecten							
Sessions							OBJECTIUS
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	1. Analitzar la interacció dels elements que configuren un paisatge o un ecosistema.
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	2. Elaborar una valoració personal justificada sobre les actuacions que afecten un ecosistema.
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	3. Aportar propostes raonades i viables de conservació o modificació del medi.
							CONTINGUTS
Sessions							Biodiversitat i sostenibilitat
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	1. Els éssers vius: classificació, funcions i adaptació al medi.
Sessions							Ecosistema i paisatge
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	3. Els ecosistemes: l'individu, la població i la comunitat d'espècies.

3. Instruments d'avaluació

L'avaluació prendrà un paper molt important al llarg de la unitat didàctica, serà una avaluació formativa i continuada que s'anirà realitzant des de l'inici fins al final de la intervenció. Per aquest motiu, s'utilitzaran diversos instruments d'avaluació.

INSTRUMENTS D'AVALUACIÓ	QUAN?	QUÈ PRETENEM?
Avaluació inicial i avaluació final	Sessió 1 i 7	Responent a la pregunta " <i>De l'àlbum il·lustrat, què creieu que pot ser real i què creieu que no ho pot ser?</i> " pretenem que els alumnes se'n adonin de què saben i del coneixement que construït, i que siguin capaços de plasmar-los modificant la seva resposta inicial, afegint nous ítems, etc.
Resolució del problema amb una rúbrica d'avaluació	Sessió 2	La rúbrica d'avaluació, formada per quatre nivells, permetrà saber en quins nivells competencials es troben els alumnes pel que fa a les dimensions de resolució de problemes i de comunicació i representació.
Diferents fulls d'anàlisi i reflexió	Sessió 3, 4, 5 i 7	En diferents sessions es realitzaran diferents fulls per analitzar i reflexionar sobre les activitats que es van proposant. Permetran analitzar el procés d'aprenentatge dels alumnes al llarg de la unitat didàctica.
Valoració de la unitat didàctica	Sessió 7	Els alumnes valoraran oralment la unitat didàctica, això permetrà reflexionar sobre l'experiència i destacar els punts forts i on millorar en un futur.
Observació i enregistrament	Implícita a totes les sessions	Al llarg de totes les sessions, l'observació, l'escolta activa i el suport i les guies durant les activitats serviran d'avaluació per determinar quines adaptacions cal fer durant la intervenció. A més, s'enregistraran les diferents converses per poder-les analitzar posteriorment.

ANNEX 2.

Sessió 1: Lectura i anàlisi de l'àlbum il·lustrat ! "\$%&' () * +#,)#-&" .((/

1. Taula de la primera sessió

SESSIÓ 1: Lectura i anàlisi de l'àlbum il·lustrat *Un problema de conills*

De l'àlbum il·lustrat, què creieu que pot passar a la realitat i què creieu que no pot passar?

DESCRIPCIÓ	<p><u>Hipòtesis sobre l'àlbum i lectura.</u> Mostrar la portada de l'àlbum il·lustrat <i>Un problema de conills</i> d'Emily Gravett. Diàleg en grup classe per posar en comú les hipòtesis: <i>De què penseu que tractarà aquest llibre? Què us ho fa pensar?</i> Establir els aspectes en els quals ens fixarem durant la lectura: <i>personatges, espai...</i> Llegir l'àlbum en grups fixant-se en els aspectes establerts (25 minuts).</p> <p><u>Narració de l'àlbum.</u> Assignar 2 mesos a cada grup (grup 1 fa gener i febrer; grup 2 fa març i abril...). Fer el repartiment durant la lectura. Cadascun surt a explicar als companys què els passa als conills del prat de Fibonacci. Com que l'àlbum no té un narrador, els mateixos alumnes narren la història i hi aprofundeixen més (15 minuts).</p> <p><u>Reflexió sobre l'àlbum i els tipus de llenguatges.</u> Llançar algunes preguntes sobre com els ha impactat l'àlbum: <i>Hi ha alguna cosa que us hagi sorprès o que trobeu especial en aquest llibre? Què? Us ha agradat? Per què?</i> Preguntar quins tipus de llenguatge coneixen i introduir-ne diferents mitjançant un gest corporal (per exemple, d'enuig) i un seguit de símbols i icones en diapositives. Fer reflexionar sobre quins llenguatges han observat al conte i els han permès entendre la història (10 minuts).</p>
-------------------	--

	<p><u>Avaluació inicial</u> (<i>Activitat 1</i>). Endur-se un full d'avaluació inicial per fer a casa amb la pregunta: <i>Què creieu que pot passar a la realitat i què creieu que no pot passar?</i> Es tracta de recollir-hi els coneixements previs dels alumnes (la mateixa pregunta es tornarà a fer al final de la UD, per tal de veure què s'ha après al llarg de les sessions).</p>
DINÀMICA DE L'AULA	<ul style="list-style-type: none"> - Petits grups. - Grup-classe. - Autoavaluació inicial individual.
OBJECTIUS ESPECÍFICS	<ul style="list-style-type: none"> - Comprendre un text literari del gènere dels àlbums il·lustrats (<i>Un problema de conills</i> d'Emily Gravett). - Utilitzar la lectura com a font de plaer i enriquiment personal. - Utilitzar estratègies afavoridores del procés de comprensió lectora abans, durant i després de la lectura: captació de les idees principals i realització d'inferències (formulació, comprovació i reelaboració d'hipòtesis). - Desenvolupar la competència oral explicant part d'un relat. - Identificar els diferents tipus de llenguatges (simbòlics, matemàtics...) que poden donar informació en la lectura d'un llibre.
CONTINGUTS ESPECÍFICS	<ul style="list-style-type: none"> - Lectura d'un àlbum il·lustrat. - Trets a tenir en compte en una exposició oral (gest, expressió, claredat...). - Identificació de diferents llenguatges per expressar-se.
RECURSOS MATERIALS	<ul style="list-style-type: none"> - Diapositives llenguatges. - Full d'avaluació inicial. - Pels mestres: anàlisi de l'àlbum il·lustrat.

2. Anàlisi de l'àlbum ! "#\$%&' () * +#,)#-&" .((/

Un problema de conills és un àlbum il·lustrat escrit i il·lustrat per l'autora Emily Gravett al 2009, i traduït al català al 2010 per Judit Valentines. Aquest llibre presenta el problema històric dels conills de Fibonacci (a partir del qual s'extreu la seqüència de Fibonacci) de manera molt original i divertida.

Tema i argument

El tema de l'àlbum il·lustrat són els problemes amb què es troben cada mes els conills que viuen al prat de Fibonacci. Com a context, l'autora ha agafat el problema històric de Fibonacci, pel que cada vegada hi ha més parelles de conills, seguint la successió. Els problemes amb els quals ensopeguen els conills del prat cada mes són els següents:

Mes	Problema	Títol
Gener	Soledat	<i>El problema del conill solitari</i>
Febrer	Fred	<i>Un problema de conills glaçats</i>
Març	Paternitat	<i>Un problema de conills acabats de néixer</i>
Abril	Pluges	<i>Un problema de conills xops</i>
Maig	Gana	<i>Un problema de conills morts de gana</i>
Juny	Corbs	<i>Un problema de corbs</i>
Juliol	Avorriment	<i>Un problema de conills avorrits</i>
Agost	Calor	<i>Un problema de calor</i>
Setembre	Sobreproducció	Un problema d'excés de pastanagues
Octubre	Obesitat	<i>Un problema de conills obesos</i>
Novembre	Superpoblació	<i>Superpoblació</i>
Desembre	Falta d'espai al prat	-

Estructura i tècniques

L'àlbum representa el calendari d'un any sencer, de manera que cada pàgina del llibre és un mes. Fins i tot, el llibre té forats per poder-lo penjar com un calendari de paret. L'estructura del llibre es divideix en la part superior, la il·lustració, i la part inferior, el calendari. No hi ha text narratiu, pel que la història s'explica a través d'aquests dos elements que estructurin l'àlbum, on s'hi integra el text que amplia la informació. La il·lustració del prat de Fibonacci enfoca sempre el mateix paisatge, que es modifica segons la temàtica del mes en què es trobin els conills. D'altra banda, al calendari veiem que sota del nom del mes hi ha un títol que presenta el "problema de conills" que tenen en el mes en qüestió, i tots els comentaris i elements que decoren el calendari tracten sobre aquest problema.

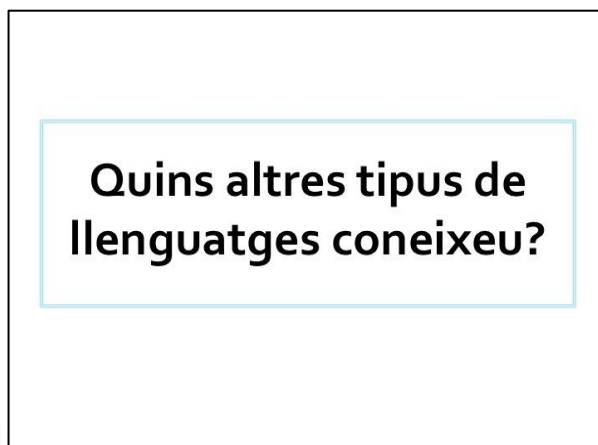
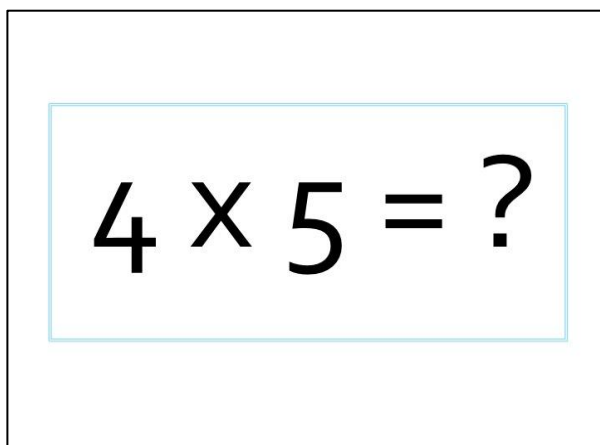
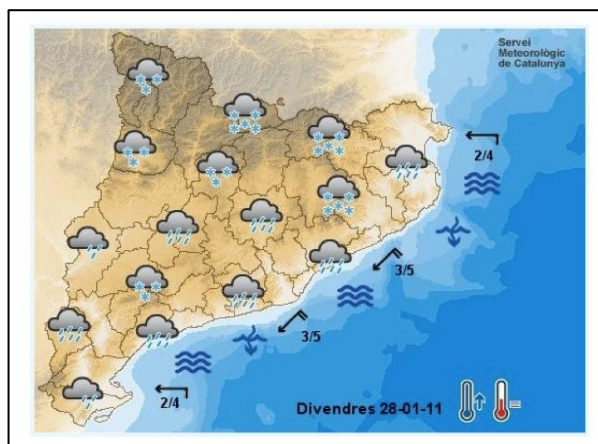
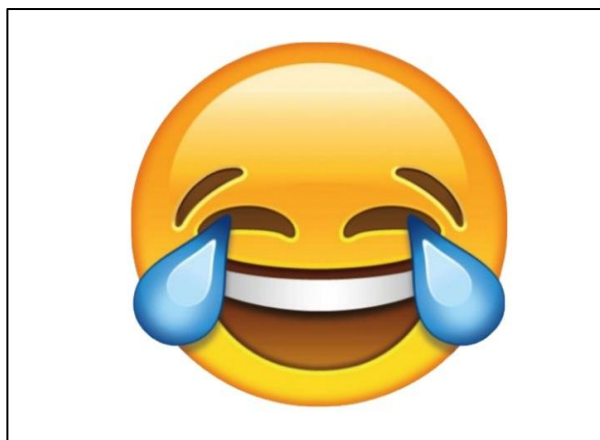
S'utilitzen tècniques i elements diferents per narrar la història: il·lustracions pel paisatge i els conills, entre d'altres; fotografies d'alguns objectes que complementen la il·lustració, com ara jerseis i llavors; i anotacions i material complementari que enriqueixen molt l'àlbum (un llibre de receptes de pastanaga, un àlbum de nadons acabats de néixer, una cartilla de racionament o un diari amb notícies de conills). Finalment, la última pàgina sorprèn al lector amb un "pop-up" que fa sortir els conills del llibre.

Versió d'una obra anterior

L'àlbum il·lustrat és una adaptació d'un problema històric, el problema dels conills de Fibonacci, proposat el 1202. Manté la qüestió de la quantitat de parelles de conills que hi haurà al prat a mida que avancen els mesos de l'any; es fan referències constants a Fibonacci i la seva successió; i s'hi afegeixen els problemes que pot tenir una societat de conills en un prat.

La història tracta d'una població de conills que va creixent seguint la successió de Fibonacci a mida que avancen els mesos del calendari. En aquesta nova versió, l'autora ha volgut aportar humor al problema històric, fent destacar la idea que si es criessin tantes parelles de conills en un espai (ja que la quantitat de parelles del prat de Fibonacci creix de manera infinita), no hi hauria més que problemes, i els conills estarien molt descontents per no poder sortir d'allà. És per això que el llibre presenta un to força humorístic.

3. Diapositives de diferents llenguatges



4. Avaluació inicial

Nom:

AVALUACIÓ INICIAL

Del conte *Un problema de conills*,
què creus que pot passar a la realitat i què creus que no pot passar? Argumenta-ho.

FICCIÓ	REALITAT

ANNEX 3.

Sessió 2: Resolució del problema històric de Fibonacci

1. Taula de la segona sessió

SESSIÓ 2: Resolució del problema històric de Fibonacci

Com podem saber quantes parelles de conills hi haurà al següent mes?

DESCRIPCIÓ	<p>Plantejament del problema i base d'orientació. Recordar què es va fer a la sessió 1 i el problema de Fibonacci que es planteja a l'àlbum. Repartir un full amb l'enunciat i posar en comú les condicions que planteja el problema i quins passos podem seguir per resoldre'l (base d'orientació) (10 minuts).</p> <p>Resolució del problema de conills (<i>Activitat 2</i>). Per grups i amb l'ajuda de les mestres i del material manipulatiu si és necessari, resoldre el problema de conills. Les mestres han de tenir en compte l'arbre de gestió del problema i el seu procés de resolució (40 minuts).</p>
DINÀMICA DE L'AULA	<ul style="list-style-type: none">- Petits grups.- Grup-classe.
OBJECTIUS ESPECÍFICS	<ul style="list-style-type: none">- Resoldre un problema de generalització.- Crear i utilitzar representacions (taules i gràfics) per organitzar, registrar i comunicar les idees i processos matemàtics, així com per resoldre un problema.
CONTINGUTS ESPECÍFICS	<ul style="list-style-type: none">- Patró de la successió de Fibonacci.- Resolució d'un problema matemàtic de generalització.- Ús de gràfics i/o taules per analitzar informació numèrica.
RECURSOS MATERIALS	<ul style="list-style-type: none">- Enunciat del problema.- Material manipulatiu.- Pels mestres: resolució, base d'orientació, arbre de gestió.

2. Material i preguntes pels alumnes

- Enunciat del problema

UN PROBLEMA DE CONILLS

Al prat de Fibonacci es va deixar una parella de conillets. Al primer mes els conillets són bebès, i al segon mes ja són adults. A partir del tercer mes es reproduïxen tenint dos fills (un mascle i una femella) i així cada mes. Tots els fills que tinguin seguiran el mateix procés que els seus pares, és a dir:

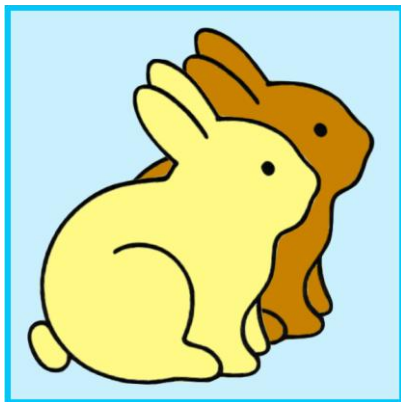
- El seu primer mes de vida seran bebès.
- El segon mes de vida seran adults.
- A partir del tercer mes de vida els conills adults es reproduïran cada mes tenint una parella de conillets (un mascle i una femella).
- Els conills mai moren ni envelleixen.

1. Quantes parelles de conills hi haurà al prat al final de cada mes, fins al vuitè?

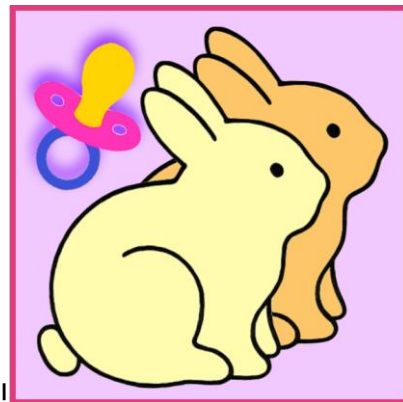
2. Quantes parelles de conills hi haurà al prat al cap d'un any?

3. Quantes parelles de conills hi haurà al prat passats 4 anys?

- Material manipulatiu



Vinyeta
Parella de conills adults



Vinyeta
Parella de conills bebès

- **Preguntes per orientar la posada en comú**

Preguntes sobre el procés: què és el primer que heu fet quan heu tingut el problema davant? com heu utilitzat el material manipulatiu (si l'heu utilitzat)? Heu seguit alguna estratègia? Heu identificat alguns procediments que es repeteixen al llarg de la resolució del problema? quina part us ha semblat més difícil del procés?

Preguntes sobre el resultat: quantes parelles de conills hi haurà al vuitè mes? com podem saber quantes n'hi haurà al desembre? quina serà la fórmula per saber-ho? com utilitzaríeu la fórmula per trobar la quantitat de parelles de conills que hi haurà al cap de 4 anys?

2. Anàlisi matemàtic del problema

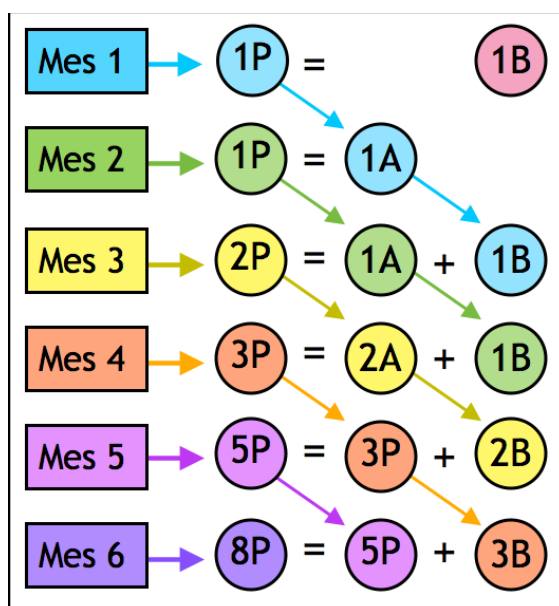
- Estratègies de resolució

El problema planteja fer una generalització, amb la qual puguem calcular la quantitat de parelles de conills que hi haurà passat un número determinat de mesos. Les condicions que es plantegen són que les parelles de conills comencen sent bebès, al següent mes passen a ser adults, i a partir del tercer comencen a tenir descendència cada mes. Sempre crien parelles de conills (mascle i femella), i aquestes segueixen el mateix procés que els primers (bebès → adults → reproducció). No obstant, l'estratègia del comptatge perd la seva efectivitat a mida que avancen els mesos. Per investigar les relacions que s'estableixen entre els nombres podem elaborar una taula. Les dades del problema que hi reflectim no són només el nombre de mesos i el total de parelles de conills, sinó que també diferenciem el nombre de parelles de conills bebès i adults.

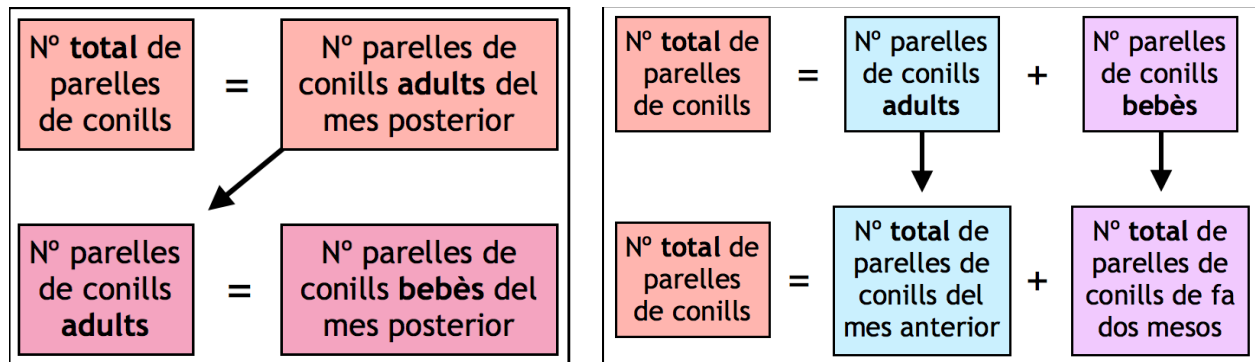


Nº mes	Nº parelles de conills	
	(A: parelles adultes; B: parelles de bebès)	
1	1B	1 parella
2	1A	1 parelles
3	1A + 1B	2 parelles
4	2A + 1B	3 parelles
5	3A + 2B	5 parelles
6	5A + 3B	8 parelles
7	8A + 5B	13 parelles
8	13A + 8B	21 parelles
9	21A + 13B	34 parelles
10	34A + 21B	55 parelles

Amb tota aquesta informació representada, d'una banda, ens adonem que el **nombre total de parelles** d'un mes coincideix amb el **nombre de parelles d'adults del mes següent** (ja que els que eren bebès han passat a ser adults, i els que ja eren adults continuen sent-ho). D'altra banda, també veiem que el **nombre de parelles d'adults** d'un mes coincideix amb el **nombre de parelles de bebès del mes següent** (ja que totes les parelles, una vegada adultes, tenen cada mes una parella de bebès).



Una vegada establertes aquestes relacions, arribem a la conclusió final. El **nombre total de parelles** d'un mes és el resultat de la **suma** entre el nombre de **parelles adultes** i el de **parelles bebès**. Sabem que el nombre de parelles adultes és el **nombre total de parelles del mes anterior**, mentre que el nombre de parelles bebès és el **nombre total de parelles de dos mesos enrere** (que havien esdevingut totes adultes al mes anterior).



Finalment, a partir de totes aquestes deduccions, podem generalitzar la següent fórmula, que ens servirà per calcular el nombre total de parelles de conills a partir del total dels dos mesos anteriors. Cal tenir en compte que la fórmula no es pot aplicar al primer mes, on hi ha només una parella de conills bebès que no prové de cap mes anterior (al mes o hi ha o parelles de conills). Entenem que "X" correspon al nº total de parelles de conills i "n" fa referència al nº de mes.

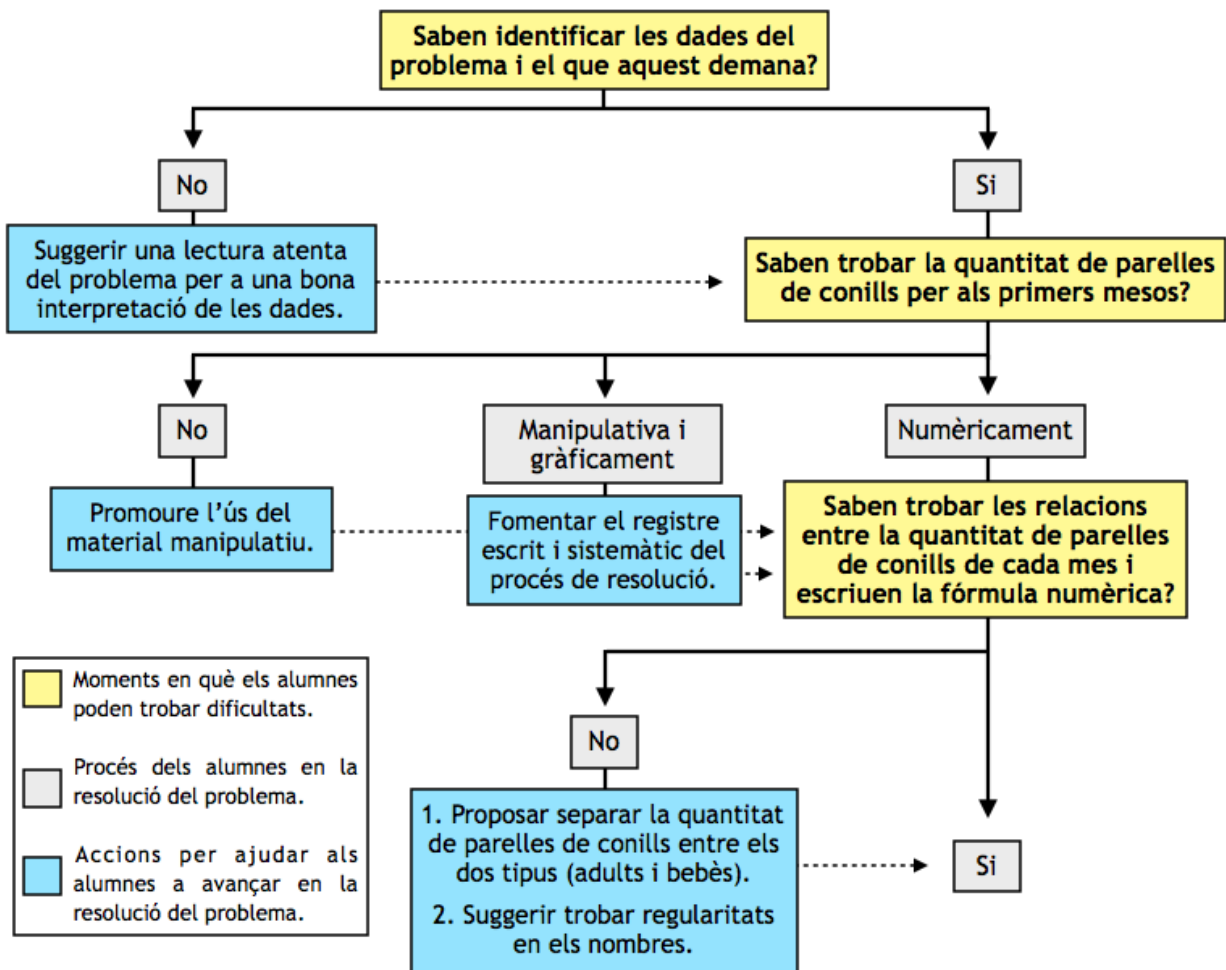
$$X_n = X_{n-1} + X_{n-2}$$

- **Base d'orientació**

Per crear una base d'orientació que ens ajudi a orientar la resolució del Problema de Conills, ens hem basat en l'article de Villalonga i Deulofeu (2016), adaptant-lo al nostre problema concret. A l'aula, posarem en comú els passos a seguir per resoldre el problema de generalització que se'ns planteja, i les mestres tindrem aquesta Base d'Orientació per orientar el diàleg.

BASE D'ORIENTACIÓ: Resolució del Problema de conills	
DOMINI	DIMENSIONS
Comprensió del problema	1. Distingeixo les dades i m'asseguro que les entenc. 2. Distingeixo les preguntes que he de respondre i entenc tot allò que em demana que faci. 3. Expresso el problema per entendre'l millor fent un esquema, diagrama, taula... (el que em sembli més adequat), o començo fent ús del material manipulatiu o del dibuix; i faig proves si m'és necessari.
Pla d'acció	4. Busco relacions entre la quantitat de conills de cada mes i penso alguna estratègia de resolució a partir de la representació i les proves o exemples que he fet, i tracto d'aplicar-ho. 5. Trobo les dades i els raonaments i/o algoritmes que necessito per aplicar l'estratègia. 6. Aplico l'estratègia i l'escric de manera que s'entengui tot allò que he pensat.
Revisió de la tasca	7. Si no ho aconsegueixo, detecto on m'he bloquejat i aplico una nova estratègia (amb tot el que necessiti). 8. Una vegada resolt, investigo si hi ha altres solucions i les trobo. Si penso que només n'hi ha una, raono per què no n'hi ha més. 9. Rellegeixo el que he fet, i m'asseguro que ho explico tot, que responc de manera raonada i s'entén.

- Arbre de gestió



2. Anàlisi curricular del problema

- Dimensions i competències

Les dimensions de l'àrea de matemàtiques que pretenem treballar amb la resolució del problema de conills són la de resolució de problemes i la de comunicació i representació. Concretament, les competències en les quals ens centrem són les següents:

Dins de la **dimensió resolució de problemes**, la **competència 1**: Traduir un problema a una representació matemàtica i emprar conceptes, eines i estratègies matemàtiques per resoldre'l.

Dins de la **dimensió comunicació i representació**, la **competència 8**: Expressar idees i processos matemàtics de manera comprensible tot emprant el llenguatge verbal (oral i escrit).

- Rúbrica d'avaluació

Taula 3. Rúbrica d'avaluació del problema de conills

DIMENSIO	Criteris de resultats Criteris de realització	Nivell 1 Novell	Nivell 2 Aprentent	Nivell 3 Avançat	Nivell 4 Expert
Resolució de problemes	Analitza la informació referent a la situació problema (1)	Identifica les qüestions amb ajuda i obvia algunes de les condicions o dades del problema	Identifica les qüestions, però obvia o s'equivoca en la interpretació d'alguna de les dades o condicions del problema, o bé en desestima les rellevants	Identifica les qüestions, les condicions i les dades del problema, però no les explicita o ho fa de forma incompleta o poc clara	Identifica les qüestions, les condicions i les dades del problema i, a més, les explicita de forma completa i clara
	Desenvolupa estratègies de resolució apropiades per al problema plantejat (2)	Utilitza estratègies manipulatives / gràfiques de resolució (comptatge), sense trobar les relacions numèriques entre les quantitats que apareixen. No necessàriament dona resposta a les qüestions	Utilitza estratègies manipulatives / gràfiques de resolució (comptatge) combinades amb càlcul analític additiu. Troba algunes de les relacions numèriques entre les quantitats que apareixen	Utilitza el càlcul analític additiu com a estratègia de resolució. Troba les relacions numèriques (regularitats) entre les quantitats que apareixen, però no veu el patró	Utilitza el càlcul analític additiu com a estratègia de resolució i generalitza el patró
Comunicació i representació	Comunica el procés de resolució (3)	Es limita a descriure els termes de la seqüència	Describeix els termes de la seqüència i destaca la resposta a les qüestions o explica el procés de resolució de forma incompleta o poc clara	Explica el procés de resolució seguit de forma completa i clara	Argumenta el procés de resolució seguit fent referència al patró i a les relacions numèriques entre quantitats

ANNEX 4.

Sessió 3: Càlcul i representació gràfica de la població de conills

1. Taula de la tercera sessió

SESSIÓ 3: Càlcul i representació gràfica de la població de conills

Per què sorprèn el nombre de parelles de conills de la successió de Fibonacci passats 4 anys?

DESCRIPCIÓ	<p><u>Posada en comú del procés i resolució del problema i ús de l'Excel.</u> En gran grup, posar en comú el procés i resultats del problema amb una conversa al voltant de diverses preguntes, per reflexionar i reprendre el fil de les sessions anteriors. Mostrar els resultats amb la taula de Excel (25 minuts).</p> <p><u>Dubte sobre l'augment de població</u> (Activitat 3). Reflexionar per escrit en petits grups sobre si és possible arribar a la quantitat de conills al cap de 4 anys del problema, responent algunes preguntes en un full (15 minuts).</p> <p><u>Posada en comú de factors que afecten la població de conills.</u> Recollir els factors que s'esmentin: condicions meteorològiques, menjar, corbs... Introduir la idea d'ecosistema, com s'interrelacionen un conjunt de factors (medi i organismes) (10 minuts).</p>
DINÀMICA DE L'AULA	<ul style="list-style-type: none">- Grup-classe.- Parelles (per a l'elaboració del diagrama).
OBJECTIUS ESPECÍFICS	<ul style="list-style-type: none">- Organitzar i consolidar el pensament matemàtic a partir de la comunicació coherent i clara de les pròpies idees, i dels processos matemàtics emprats, als companys i als mestres.- Interpretar les dades d'una taula i un gràfic de progressió lineal ascendent.
CONTINGUTS ESPECÍFICS	<ul style="list-style-type: none">- Ús de gràfics per representar informació numèrica.- Concepte d'ecosistema i els factors que el componen.

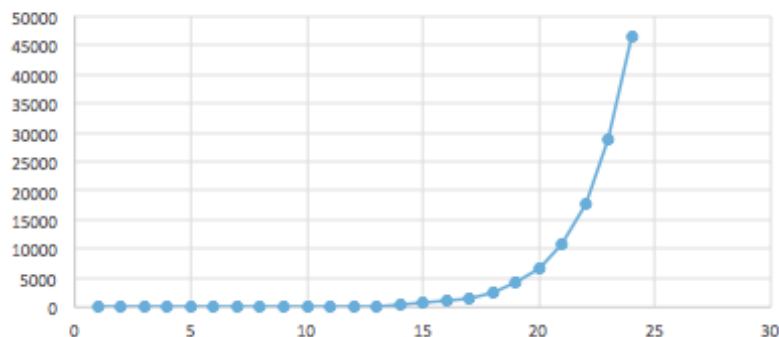
RECURSOS MATERIALS

- Pels mestres: [preguntes](#) sobre el problema de conills.
- [Taula i gràfics Excel](#).
- Full de [preguntes sobre la quantitat de parelles de conills](#).

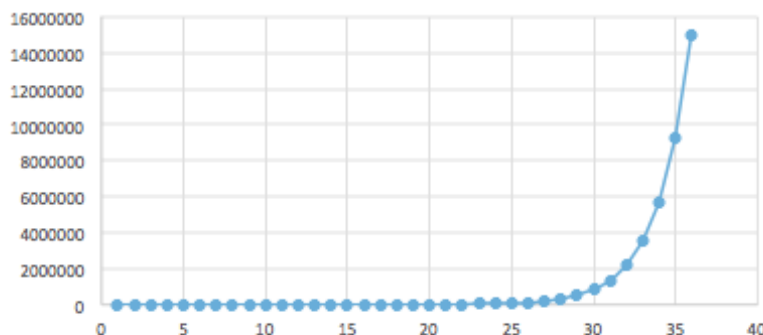
2. Taula i gràfics de l'Excel

Mesos	Nº Parelles Conills
1	1
2	1
3	2
4	3
5	5
6	8
7	13
8	21
9	34
10	55
11	89
12	144
13	233
14	377
15	610
16	987
17	1597
18	2584
19	4181
20	6765
21	10946
22	17711
23	28657
24	46368
25	75025
26	121393
27	196418
28	317811
29	514229
30	832040
31	1346269
32	2178309
33	3524578
34	5702887
35	9227465
36	14930352
37	24157817
38	39088169
39	63245986
40	102334155
41	165580141
42	267914296
43	433494437
44	701408733
45	1134903170
46	1836311903
47	2971215073
48	4807526976

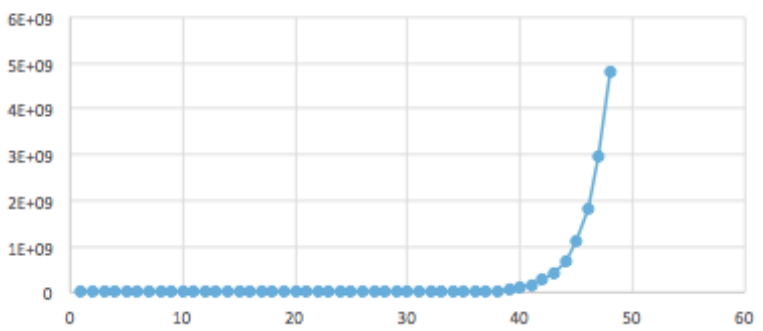
Creixement de les parelles de conills en 2 anys



Creixement de les parelles de conills en 3 anys



Creixement de les parelles de conills en 4 anys



3. Full de reflexió sobre el creixement de la població de conills

Noms:

Penseu que aquest creixement és possible? Sí o no? Per què?

Mesos	Nº Parelles Conills
1	1
2	1
3	2
4	3
5	5
6	8
7	13
8	21
9	34
10	55
11	89
12	144
13	233
14	377
15	610
16	987
17	1597
18	2584
19	4181
20	6765
21	10946
22	17711
23	28657
24	46368
25	75025
26	121393
27	196418
28	317811
29	514229
30	832040
31	1346269
32	2178309
33	3524578
34	5702887
35	9227465
36	14930352
37	24157817
38	39088169
39	63245986
40	102334155
41	165580141
42	267914296
43	433494437
44	701408733
45	1134903170
46	1836311903
47	2971215073
48	4807526976

ANNEX 5.

Sessió 4: El joc de les poblacions i comparació de gràfiques

1. Taula de la quarta sessió

SESSIÓ 4: El joc de les poblacions i comparació de gràfiques

Com es pot explicar l'augment o la reducció d'individus en una població?

DESCRIPCIÓ	<p><u>Joc de les poblacions i representació dels resultats.</u> Es fan unes quantes partides del Joc de les poblacions fins que poden apreciar-se variacions en la quantitat de la població a la gràfica. L'activitat es duu a terme en un espai ampli, la sala polivalent, i s'anoten els resultats en una gràfica. Abans es demana que els alumnes facin hipòtesis de com creuen que es desenvoluparà el joc pel que fa a la població de conills. El següent dia tindran com a tasca per fer a casa individualment la comparació entre la predicció i els resultats del joc (<i>Activitat 4</i>) (35 minuts).</p> <p><u>Comparació de gràfiques.</u> Comparació en gran grup entre les gràfiques que ha desenvolupat cada grup i la que es va presentar a la sessió anterior mitjançant un seguit de preguntes (15 minuts).</p>
DINÀMICA DE L'AULA	- Grup-classe.
OBJECTIUS ESPECÍFICS	- Identificar les relacions entre els factors d'un ecosistema . - Reflexionar sobre quin dels gràfics representa millor la realitat del creixement d'una població en un ecosistema real.
CONTINGUTS ESPECÍFICS	- Ús de gràfics per representar informació numèrica. - Concepte d'ecosistema i els factors que el componen.
RECURSOS MATERIALS	- Pels mestres: explicació del joc de les poblacions i preguntes per la comparació de gràfics. - Suport per projectar els dos gràfics a comparar.

2. Explicació del joc de les poblacions

En primer lloc, el grup es dividirà en dos subgrups: uns seran conills i els altres el medi. S'explica als alumnes que es troben al prat de Fibonacci i que els conills han d'anar a buscar els recursos que els fan viure. Es col·locaran en dues fileres, els uns d'esquenes els altres i a certa distància.

En segon lloc, cada alumne del grup dels conills haurà de decidir a cada jugada què vol anar a buscar: *menjar* (es col·locarà les mans sobre la panxa), *refugi* (es col·locarà les mans sobre el cap) o *aigua* (es col·locarà les mans sobre la boca). Les persones que representen el medi hauran de triar també quin recurs voldran oferir amb els mateixos gestos. Quan s'indiqui, els alumnes es donaran mitja volta i els conills hauran d'anar a cercar aquell element que els permetrà viure un any més, per exemple, el conill que busca menjar haurà d'agafar l'alumne del medi que n'ofereix i portar-lo al cantó dels conills, ja que voldrà dir que el conill ha sobreviscut i, per tant, ha tingut descendència. Si hi ha més d'un conill que ha triat menjar i en el medi ja no queden alumnes que n'ofereixin, aquest es mor i passa a formar part del medi. Finalment, s'apuntaran els resultats de la jugada per fer-ne el gràfic. A continuació, es repetirà el mateix procediment unes 8 vegades per visualitzar els canvis en la població de conills.

3. Orientar la comparació entre gràfiques

Comparar la gràfica del joc de les poblacions amb la de la població de conills del prat Fibonacci:

Quines diferències veieu entre la gràfica de la sessió anterior i la que heu fet ara? Quina de les dues creieu que s'acosta més a la realitat? Per què? A què es deuen els creixements i reduccions de població? Quins altres elements, a part dels que hem dit fins ara, creieu que podrien fer variar la gràfica de les poblacions? (malalties, arribada de nous animals competidors...).

Comparar la hipòtesis pel joc de les poblacions amb els resultats obtinguts: Per què pensaves que la gràfica seria així? Per què el resultat obtingut ha estat aquest?

ANNEX 6.

Sessió 5: Anàlisi d'una situació amb variables donades a l'atzar

1. Taula de la cinquena sessió

SESSIÓ 5: Anàlisi d'una situació amb variables donades a l'atzar

*Com afecta a una població de conills la forma en què es relaciona
amb els altres factors de l'ecosistema?*

DESCRIPCIÓ	<p>Repartiment a l'atzar d'una població de conills i d'altres factors d'un <u>ecosistema</u>. Repartir per grups <u>targetes</u> d'una població de conills (<i>llargada del pèl i color</i>) i dels factors de l'ecosistema on es troba (<i>tipus d'hàbitat, disponibilitat d'aliment, i presència de depredadors</i>). Recordant la sessió anterior, preguntar: <i>Quins factors s'interrelacionaran amb la nostra població de conills?</i> Comentar les targetes i com treballar amb elles (<i>10 minuts</i>).</p> <p><u>Anàlisi de la situació</u> (<i>Activitat 5</i>). Cada grup té una comunitat diferent per analitzar. Reflexionar i escriure com es creu que evolucionarà la població en el temps a partir d'algunes <u>preguntes</u> (<i>20 minuts</i>).</p> <p><u>Posada en comú de la reflexió</u>. En gran grup, cada grup exposa les seves prediccions. Reflexionar sobre els conceptes d'individu, població, comunitat i ecosistema, i plantejar què passaria si en algun cas es produís una migració (arribada d'un conill amb color o llargada del pèl diferent) (<i>20 minuts</i>).</p>
DINÀMICA DE L'AULA	<ul style="list-style-type: none">- Petits grups.- Grup-classe.
OBJECTIUS ESPECÍFICS	<ul style="list-style-type: none">- Predir l'evolució d'una població en un ecosistema determinat.- Identificar les relacions entre els factors d'un ecosistema.- Entendre la diferència entre els conceptes d'individu, població, comunitat i ecosistema.

CONTINGUTS ESPECÍFICS	<ul style="list-style-type: none"> - Concepte d'ecosistema i els factors que el componen. - Diferència entre individu, població, comunitat i ecosistema. - Comprensió d'una situació de migració.
RECURSOS MATERIALS	<ul style="list-style-type: none"> - Targetes de les variables. - Preguntes sobre la situació donada a l'atzar.

2. Variables per repartir a l'atzar

- **Llista de les variables**

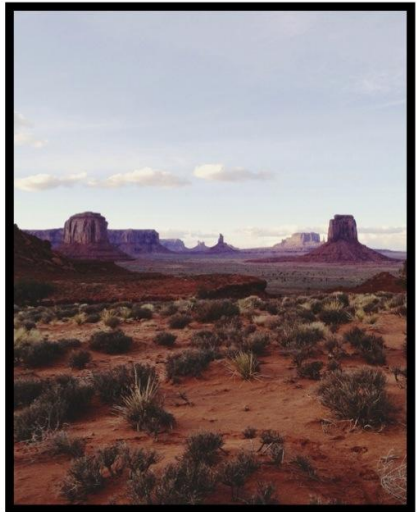
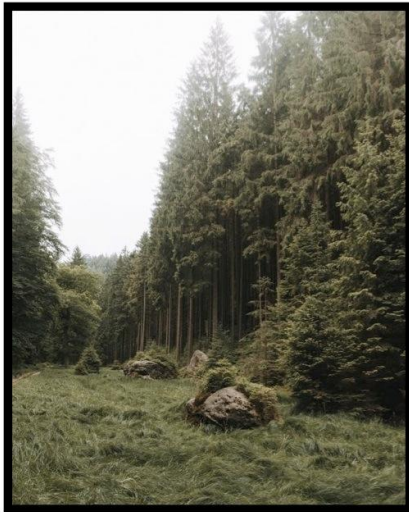
Variables de la població de conills

- Variable llargada de pèl: *Pèl curt / Pèl llarg*
- Variable color: *Marró / Blanc*

Variables de l'ecosistema

- Tipus de medi: *Bosc / Desert / Àrtic*
- Disposició d'aliments: *Molt menjar / Poc menjar*
- Altres poblacions de l'ecosistema: *Depredadors (gat, àguila, serp i guineu) / No depredadors (merla i esquiol)*

- Targetes de les variables





2. Full per l'anàlisi de l'evolució d'una població

Noms:

EVOLUCIÓ D'UNA POBLACIÓ EN UN ECOSISTEMA

- Com creieu que la vostra població de conills es relacionarà amb els altres factors de l'ecosistema en el que viu? Per què ho penseu?

- Si no varien aquestes condicions, què creieu que li passarà a la població de conills després de moltes generacions?

ANNEX 7.

Sessió 6: Anàlisi del creixement d'una població

1. Taula de la sisena sessió

SESSIÓ 6: Anàlisi del creixement d'una població

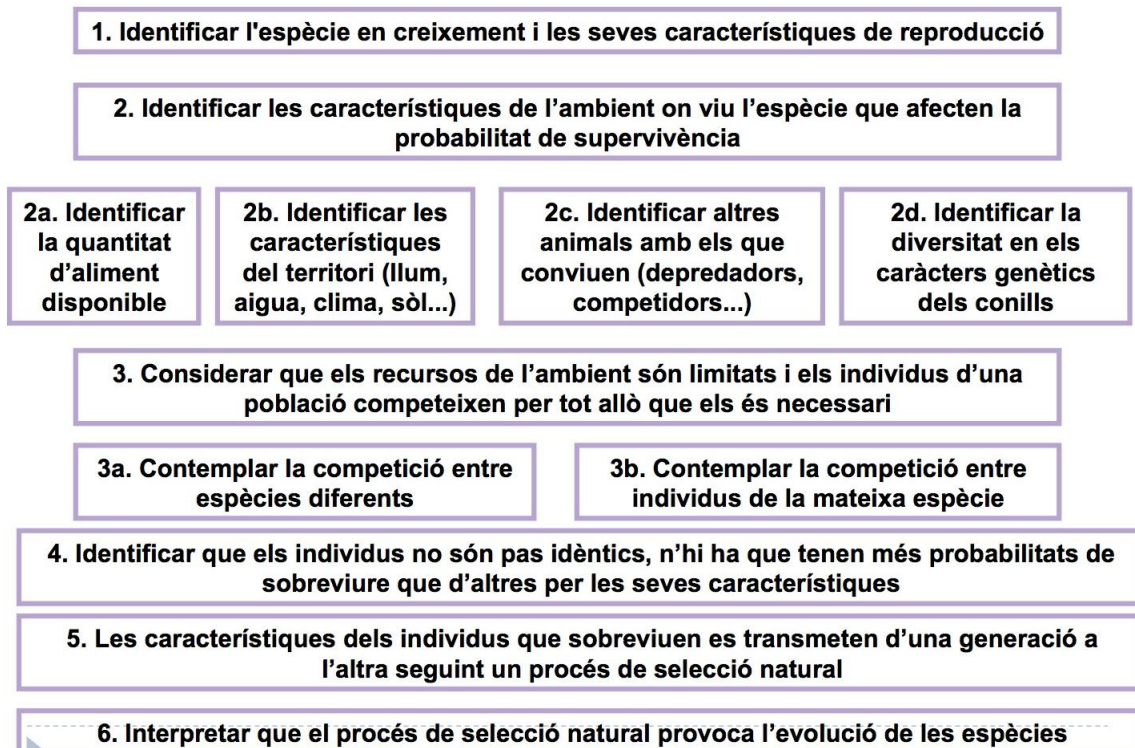
Com podem analitzar el creixement d'una població?

DESCRIPCIÓ	<p><u>Hipòtesis sobre com analitzar el creixement d'una població.</u> Els alumnes expressen les seves hipòtesis i a la pissarra per després comparar-les amb la base d'orientació (5 minuts).</p> <p><u>Base d'orientació en grups (Activitat 6).</u> Es reparteixen els 4 primers punts dels 6 que formen la <u>base d'orientació</u>. A cada grup li toca un determinat punt de la base d'orientació i reflexiona sobre ell, intenta explicar-lo amb les seves paraules i relacionar-lo amb les activitats fetes prèviament (15 minuts).</p> <p><u>Construcció de la base d'orientació.</u> Exposició de cada grup del punt que tenia de la base d'orientació amb les seves paraules i establiment de l'ordre dels punts de la base. Les mestres exposen els dos últims punts, que s'allunyen més del que s'ha treballat amb els alumnes. Comparació de les hipòtesis que havien fet els alumnes amb la base d'orientació final (30 minuts).</p> <p><u>Avaluació final (Activitat 7).</u> Endur-se un <u>full d'avaluació final</u> per fer a casa amb la pregunta: <i>Què creieu que pot passar a la realitat i què creieu que no pot passar?</i>, referint-se a l'àlbum il·lustrat llegit a la primera sessió. Es tracta de poder comparar les respostes amb l'avaluació inicial i fer-se conscients dels coneixements adquirits durant la UD.</p>
DINÀMICA DE	- Petits grups.

L'AULA	- Grup-classe.
OBJECTIUS ESPECÍFICS	<ul style="list-style-type: none"> - Formular hipòtesis sobre com analitzar el creixement d'una població. - Relacionar els punts de la base d'orientació amb activitats fetes anteriorment. - Establir un ordre a la base d'orientació.
CONTINGUTS ESPECÍFICS	<ul style="list-style-type: none"> - Concepte d'ecosistema i els factors que el componen. - Diferència entre individu, població, comunitat i ecosistema. - Selecció natural i evolució de les espècies. - Base d'orientació com a instrument d'anàlisi del creixement d'una població.
RECURSOS MATERIALS	<ul style="list-style-type: none"> - Base d'orientació. - Full d'avaluació final.

2. Base d'orientació

Com podem analitzar el creixement d'una població?



3. Avaluació final

Noms:

AVALUACIÓ FINAL

Del conte *Un problema de conills*,
què creieu que pot passar a la realitat i què creieu que no pot passar? Seguiu l'exemple.

FICCIÓ

Els conills del Prat Fibonacci no moren mai.

FENOMEN CIENTÍFIC

Els conills són éssers vius amb una esperança de vida d'uns 9-10 anys (i amb una taxa de mortalitat molt elevada en els primers anys de vida).

ANNEX 8.

Sessió 7: Anàlisi d'una intervenció real de l'ésser humà en un ecosistema

1. Taula de la setena sessió

SESSIÓ 7: Anàlisi d'una intervenció real de l'ésser humà en un ecosistema

Les mesures que s'adopten per controlar una població són sempre les adequades?

DESCRIPCIÓ	<p><u>Solucions per a una situació de sobrepoblació de ratolins</u>. Presentar la situació d'una plaga de ratolins a l'illa Marion (primera part de la notícia) i respondre, en gran grup, a la pregunta: <i>Quines accions duríeu a terme per reduir la població de ratolins?</i> (10 minuts).</p> <p><u>Anàlisi i reflexió sobre una notícia i posada en comú</u>. Repartir la segona part de la notícia de l'Illa Marion. En grups, analitzar-la per escrit amb un full de preguntes (Activitat 8). Compartir en gran grup les respostes dels grups, tot reflexionant sobre la situació exposada de la notícia (35 minuts).</p> <p><u>Valoració de la unitat didàctica</u>. Oralment en gran grup (5 minuts).</p>
DINÀMICA DE L'AULA	<ul style="list-style-type: none">- Petits grups.- Grup-classe.
OBJECTIUS ESPECÍFICS	<ul style="list-style-type: none">- Relacionar accions que s'han dut a terme amb els seus resultats.- Valorar les mesures que s'utilitzen per controlar una població.- Trobar relacions entre els diferents factors d'un ecosistema.- Consolidar i relacionar els aprenentatges fets al llarg de la unitat.
CONTINGUTS ESPECÍFICS	<ul style="list-style-type: none">- Causes i conseqüències de les accions humanes.- Concepte d'ecosistema i els factors que el componen.
RECURSOS MATERIALS	<ul style="list-style-type: none">- Notícia de l'Illa Marion.- Full de preguntes sobre la notícia.- Pels mestres: objectius de la feina plantejada.

2. Notícia de l'illa Marion

ILLA DE MARION

La Base de l'illa Marion i la plaga de ratolins

Ens trobem a l'illa Marion, una illa situada a l'oceà Índic i pertanyent a Sudàfrica. L'any 1948 s'hi va instal·lar la Base Illa Marion, una estació d'investigació centrada en la biologia, les ciències ambientals i la meteorologia de la zona.

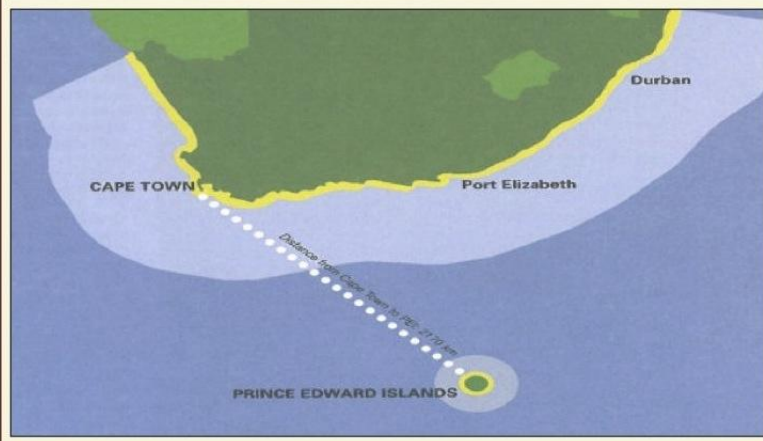
Al llarg de la instal·lació de la base, van escapar ratolins dels vaixells, que van començar a multiplicar-se fins a convertir-se en una plaga. Són un dels factors que perjudica a invertebrats nadius, plantes i ocells, així com altres aspectes del funcionament de l'ecosistema.

Quines **accions** duríeu a terme per **reduir** la població de **ratolins**?

Illes del Príncep Eduard

Arxipèlag volcànic format per:

- Illa Marion (290 km²)
- Illa Príncep Eduard (45 km²)



ILLA DE MARION

INTRODUCCIÓ DE GATS DOMÈSTICS

Una família de cinc gats domèstics (mascle i femella adults i tres cries) es van introduir al 1949 a l'illa Marion. Aquests felins van ser portats a l'illa per ajudar a eradicar la plaga de ratolins de la base. Aviat els gats es van multiplicar, i el primer gat salvatge va ser vist en 1951. Al 1975, la població havia augmentat a més de 2.000 gats, que s'alimentaven de milers d'ocells autòctons, una presa molt més fàcil de caçar que la població de ratolins que se suposava que havien d'eliminar. Com a conseqüència, tres espècies de petrell -un tipus d'ocell- es van extingir de l'illa Marion (Common Diving Petrel, Soft Plumage Petrel i Grey Petrel). Amb altres espècies d'aus també en situació de risc, es va decidir iniciar el programa d'eradicació de gats illa Marion.



Introducció de gats a l'illa Marion (1949)



Common Diving Petrel



Soft Plumage Petrel

ERADICACIÓ DELS GATS SALVATGES

El 1977, es va estimar que la població total de gats es trobava al voltant de 3.405 individus. Uns quants d'ells es van infectar amb la **panleucopènia felina**, una malaltia mortal que produeix febre, debilitat, deshidratació, diarrea i vòmits. Cinc anys després, el 1982, s'estimava que quedaven 615 gats, i va iniciar-se una nova mesura de control de la població de gats, la **caça nocturna**.



Gat amb panleucopènia felina

Durant tres estius, vuit equips de dos homes cadascun van matar amb escopetes uns 803 gats en total. Com que la caça no era suficient per eliminar la població de gats, que anava creixent, es van utilitzar **trampes** entre el 1989 i el 1991, amb les quals es van eliminar els gats restants. De l'abril del 1991 a l'abril de 1992, només van atrapar-se vuit gats, i tres equips de captura no en van registrar cap. Ara, es creu que s'ha aconseguit l'eradicació total dels gats salvatges a l'illa Marion. Tanmateix, el problema de la plaga de ratolins a l'illa continua vigent.

3. Preguntes per l'anàlisi d'una intervenció humana en un ecosistema

- Full pels alumnes amb les preguntes

Nom dels membres del grup:

L'ECOSISTEMA A L'ILLA DE MARION

1. Quines actuacions s'han dut a terme per controlar la població de ratolins? Quines han estat les seves conseqüències?
 2. Considereu que els efectes de les mesures preses han estat positius o negatius? Per què?
 3. Per què penseu que es va prendre aquesta mesura? Què SÍ es va tenir en compte i què NO es va tenir en compte?
-

- Objectius de les preguntes

PREGUNTES	OBJECTIUS#
Abans de llegir la notícia	
Quines accions duríeu a terme per reduir la població de ratolins?	Volem que els alumnes experimentin el procés de presa de decisions davant d'una situació problemàtica en un ecosistema degut a la sobrepoblació d'una espècie. Esperem que aquesta reflexió prèvia els doni més eines per analitzar la decisió presa pels membres de la Base de l'Illa Marion.
Després de llegir la notícia	
Quines actuacions s'han dut a terme per controlar la població de ratolins? Quines han estat les seves conseqüències?	La intenció és promoure la comprensió de la situació que s'exposa a través de la seva descripció, així com diferenciar-ne causes, accions i conseqüències (per tal de poder fer una millor anàlisi).
Considereu que els efectes de les mesures que s'han pres han estat positius o negatius? Per què?	Volem que els alumnes prenguin un posicionament davant d'una situació, que valorin si les accions preses han estat positives o negatives per a l'ecosistema en qüestió. Així mateix, pretenem conscienciar sobre la transcendència que pot tenir intervenir en un ecosistema.
Per què penseu que es va prendre aquesta mesura? Què SÍ es va tenir en compte i què NO es va tenir en compte?	Volem que els alumnes dedueixin el motiu de la presa de decisions feta a l'illa Marion, tot posant-se en la situació dels membres de la Base. Es tracta que comprenguin que quan es pren una decisió es tenen en compte determinats aspectes, així que cal que analitzin quins elements van tenir-se en compte i quins no.

ANNEX 9.

Transcripcions de converses d'aula i produccions dels alumnes

1. Àlbum il·lustrat i avaluació inicial

- Transcripcions d'aula

Ex. 1.1

- Com al termòmetre marca que fa un fred que pela (...).

- (...) que fa molta calor, i al termòmetre posa: "cula com pica!".

- M: Aquí algun llenguatge més podem veure?

- El del termòmetre.

- M: Ah! El termòmetre, també és un altre llenguatge, i quina informació ens dóna?

- Si fa calor o fa fred (diferents alumnes) (...)

- M: I aquí? Hi ha algun altre llenguatge?

- El gràfic de barres!

Ex. 1.2

- El maig es diu un problema de conills morts de gana perquè se'ls han acabat les pastanagues (...).

- Demanen les llavors a Llavor Daurada SA, i demanen 2 llavors de taronjola, 3 de dent de conill, i 5 de opció intel·ligent. Llavors, en total són 10 (...).

Ex. 1.3

- També al setembre es veu com els conills van comptant les pastanagues, que és el que surt a la portada, de totes les pastanagues que tenen.

- M: Molt bé, i enteneu una mica com compten aquests conills? (...) que fan ratlletes... però com ho fan? Paquets de quants?

- De cinc! (tots)

Ex. 1.4

- El maig es titula un problema de conills acabats de néixer. Al maig el conill solitari i l'Espurna han tingut dos nadons.

- El Botó i la Piga, per tant, ja són dos parelles.

- I a l'abril, el que passa és que al principi posava que els conills creixen en un mes i ja són adults, llavors, havia nascut el 1 de març, i el 1 d'abril ja son adults, i tenen dos fills més, per tant, ja son 3 parelles.

- O sigui, al primer mes eren dos, llavors s'han fet grans, tenen fills i son quatre, llavors després són sis, perquè els dos fills que havien tingut els dos conills han tingut un fill cadascun...

Ex. 1.5

- Al novembre va haver un problema que no hi cabien tots al prat perquè eren molts conills.

- I no es veu bé però creiem que posa que hi ha 89 parelles, i hi ha una superpoblació de conills.

(...) Posa *Prat Fibonacci*, la població, que ara són 144 parelles, i de sobte ho ratllen i posen 0 parelles. I després, al final de tot, tots els conills surten de sota de la neu.

- **Respostes de l'Activitat 1 relacionades amb el creixement de la població**

Ficció

- Que en un prat hi hagi tants conills / Que en un any hi hagi 144 parelles / Que en un any d'un sol conill passin a ser 288 conills.
- No mori cap conill passat 1 any / Que en tot un any no mori cap conill / No s'ha mort cap conill en 12 mesos / Que no mori cap conill al cap d'un any.
- No poden parir tant ràpid / Els conills no es reproduïxen tan ràpid / Que es reproduïxin tan ràpid / Els conills no es reproduïxen tan ràpidament / Els conills no poden reproduir-se tan ràpid / Que es reproduïxin tan ràpid.
- Que els conills creixen en 1 mes / Que els conills creixin tan ràpid.
- Que no pot començar tot a partir d'un sol conill / Que al principi del conte només hi hagués un conill, ja que ell ha tingut família.
- No sempre tenen 2 fills, a sobre que siguin mascle i femella / Dona exactament que cada parella de conills té dos fills / Que sempre tenen dos fills / Els conills tenen molt més que dos conillots.
- Potser hi ha mesos que tenen més o menys menjar, però sempre tindran menjar.
- Que en un mes tinguin milers de pastanagues.
- Que no poden estar 1 mes sencer sota la neu / No poden viure un mes sota la neu.
- Els conills no tenen termòmetres / Que tinguin materials de temperatura.

Realitat

- Es veritat que hi poden haver moltes parelles / Que hi hagi molts conills, pot passar perquè els conills poden tenir fills / Al prat poden haver molts conills / Que la població de conills creixi molt en 1 any perquè els conills crien molt / Tantes parelles de conills: perquè es reproduïxen / Creix ràpidament la població / Que els conills creixen molt ràpid i que tenen moltes cries. Això és real perquè quan tu vas al camp si observes 2 conills junts al següent mes o així ja tenen cries i al mes següent més cries i així tota l'estona / Es veritat que creixen i es reproduïxen molt ràpid / Els conills creixen molt ràpid / Sí pot passar que tinguin molts fills perquè en generacions poden haver-hi molts fills / Que els conills tinguin cries i que aquestes creixin perquè és el cicle de la vida.
- Que poden seguir creixent i naixent més conills i com no podrien viure perquè no hi hauria espai, se n'anirien a un altre lloc / Pot passar que com són tants conills no hi càpiguen a la ciutat. Perquè si són molts perquè cada mes van tenint més conills al final no tindran espai per estar tots junts.
- Pot passar que hi ha mesos amb més pastanagues i mesos amb menys.
- Pot passar que si son tants no podrien plantar el menjar com les pastanagues ni els enciams. I llavors no podrien menjar / S'acaben les pastanagues i com els conills no podrien menjar, es moririen.
- Que faci calor o fred, perquè a la vida real també tenim temperatures / Temperatura perquè aquestes temperatures existeixen / Que la temperatura pugi o baixi / Depenent del mes que plou menys o més.

2. Resolució del problema de conills

• Transcripcions d'aula

Ex. 2.1

- M1: Algú se'n recorda de quin era problema, o de què tractava...? (...)
- A la primera pàgina, hi havia un problema que era: deixen dos conills sols en un prat, si en un mes tenen més cries, al final d'un any quants conills hi haurà.
- M1: *Vale, vale*, llavors hi havia unes condicions, no, potser?
- M2: Quines eren aquestes condicions, perquè n'hi havia unes quantes més. Digues.
- Que quan naixien... o sigui al cap d'un mes eren grans, i al cap d'un altre mes ja tenien fills.
- M2: O sigui, trigaven un mes a fer-se adults, no? I al cap d'un mes ja es podien començar a reproduir. I les cries que tenien? Sempre eren iguals, eren diferents...? Digues.
- Les cries que tenien sempre eren un fill i una filla.
- M2: Un mascle i una femella, no? Llavors, a partir d'aquest conill que s'ha començat a reproduir i té aquests dos conillets petits, què passava als mesos següents?
- Que al mes següent els dos conills petits ja eren grans i es reproduïen i tenien dos conills més, i així...
- M2: *Vale*, i els conills que eren els pares, què feien ells al cap dels mesos? O sigui es reproduïen els que eren els fills, no?, es feien grans, es reproduïen i tenien dos cries més. Però els que eren els pares, seguien aquesta cadena, seguien aquestes condicions o no?
- M1: Continuaven tenint fills, o ja han tingut fills i ja està?
- Sí... (alguns nens)
- M1: Continuaven, no? Tenen uns fills quan ja són adults, però llavors al mes següent tenen una altra parella de bebès no?, i a l'altre, una altra...
- Sí, perquè sinó no tindria sentit que tan ràpid tinguin tants fills.

Ex. 2.2 (resolució en petit grup)

- M: Esteu representant-ho tota l'estona, no?
- Sí.
- M: *Vale*, i ara heu dit que en el següent mes, com ho feu?
- En el vuitè mes serien... (compta totes les vinyetes d'adults amb el dit) serien 13 parelles d'adults, i 8 de bebès. Perquè mira, si les 8 parelles d'adults del setè mes tenen fills, o sigui han tingut 5 parelles, doncs aquestes 5 creixen, *vale*? I llavors, són adults. Però aquests (assenyalant als 5 que s'han fet *adults*) com que és el segon mes no es reproduïen. Llavors, els altres tornen a tenir fills, 8.
- (...)
- Crec que és per 13... és 21, perquè és 13 bebès, perquè els 13 que ja són adults es reproduïen.

Ex. 2.3

- Si li sumes, per exemple, el primer mes i el segon mes et dona el tercer mes. Si li sumes el mes anterior al mes que estàs ara et donarà les parelles de conills que hi haurà al següent mes.
- I així fas fins que et doni els 4 anys.
- El que hem fet nosaltres ha estat sumar el nombre de conills d'adults i de conills nadons i ens donava el total d'adults del mes següent. I el nombre d'adults del mes anterior és el de nadons del mes següent.
- M: Molt bé. Llavors per saber el total d'un mes de parelles de conills, què fas, aquestes dues sumes?
- Sí, sumes.
- M: Algú ho ha fet de maneres diferents o tothom ha seguit així? Digues.
- Que jo he seguit així, però després vaig anar passant al segon i al tercer any, i em vaig adonar que no calia fer dues sumes, sinó que era la suma dels conills dels dos mesos anteriors (...)

- M: I com ho vau poder veure, això? Ho teníeu escrit d'alguna manera per poder-ho veure? Com ho teníeu escrit? Perquè clar, si només estàs utilitzant el material manipulatiu és fàcil veure-ho? O cal que ho escriguem...

- Nosaltres ho vam escriure en vertical (...). Llavors anàvem sumant 1 més 1, 2; 1 i 2, 3; 3 i 2, 5... I així.

- Jo he arribat al segon any.

- M: Al segon?

- El que he fet és esbrinar els adults de l'altre... sumant els adults del mes passat i els bebès que hi ha al mes passat, i llavors et donaria els adults del mes següent.

- M: I després per fer els bebès...

- I les cries del següent mes són pràcticament igual als adults del mes passat.

Ex. 2.4

- Jo per arribar a aquest número vaig fer...

- M1: Tu quin has posat?

- El penúltim, sí. I vaig fer de 144 parelles, que eren el total en un any, elevat a quatre perquè pensava que es repetiria el mateix número, saps? Durant quatre vegades. I llavors vaig sumar, però vaig fer... el resultat està malament, però s'apropa al primer número (referint-se al correcte).

- M1: *Vale*, o sigui tu has elevat a quatre.

- Sí.

- M1: I creus que amb això et podria donar la solució? Elevant a quatre?

- Sí.

- M1: Algú creu que no? Que elevat a quatre no podríem donar la solució?

- Jo crec que no, perquè sinó... perquè els del primer mes, com mai moren, també tindran cada dos mesos continuaran tenint fills.

- No... o sigui jo dic el mateix, que no, perquè cada mes reproduïxen uns diferents. Perquè els primers reproduïen dos més, després els quarts reproduïen dos més, i així successivament, llavors sempre tindran més fills.

- M1: A veure per aquí...

- Que jo dic que no, perquè no comença de nou cada mes, és com un cada any, no? Un any, i es moren tots, i comencen de nou, no comencen de nou...

- M2: Exacte, una de les condicions del problema era que no morien mai, no?

- M1: A veure, algú ho vol argumentar d'una altra manera?

- Que... jo volia dir que no tots els anys no són iguals, llavors no et donarà el mateix resultat perquè no són iguals.

- M1: *Vale*. Perquè clar, o sigui, ella ha dit elevat a quatre, què vol dir elevar a quatre? Quina operació estem fent? I què és el que has elevat a quatre? El final del primer any, el 144, o sigui el mes dotze, no? *Vale*. I què estem fent, doncs, elevat a quatre? Digues.

- Multiplicar el 144 per 4 vegades.

- M1: Per 4?

- No, per sí mateix 4 vegades.

- M1: Ah, o sigui 144 per 144 per 144 per 144, no? I això veieu que té sentit en aquest moment, o que no ens permet trobar la resposta?

- No ens permet trobar la resposta, perquè és com si en el següent any tornen a néixer uns altres, i aleshores aquests és com si no haguessin existit.

- Però també podria ser perquè... s'apropava molt al número que és correcte, llavors podria ser que si... féssim el 144 i miréssim de... fer com... es repetiria els tres anys següents... i li suméssim al resultat potser donaria.

- M1: Tu creus que d'alguna manera podria donar això.

- Sí.

Ex. 2.5

- M: Això, a la vida real, vosaltres creieu que passa?
- No (molts nens)
- Amb els conills no, però amb les persones sí que pot passar.
- Tampoc (molts nens)
- M: Vull una mà aixecada que ho digui bé... digues.
- Jo crec que no, que no pot ser tantes, perquè igualment, o sigui, els conills tampoc es poden reproduir tan ràpid i, a més, en un camp tots aquests conills doncs tampoc poden estar.
- M: L'espai també és important, no?
- Sí...
- M: A veure, digues.
- Que jo crec que no pot passar per dues coses, primer perquè no totes les persones tenen fills, i després perquè les que tenen fills no tenen sempre un noi i una noia, i perquè moren en algun moment.
- I perquè normalment les persones no es reproduïen amb els seus germans.
- I també perquè cada mes no podrien tenir fills perquè l'embaràs dura 9 mesos.
- M: Això en persones no?

Ex. 2.6

- M: No creix tota l'estona igual, oi?
- No... creix més... (murmuri d'alguns nens i nenes)
- M: Cada vegada creix més?
- Sí, al principi és com que no es nota molt la diferència, però després, com que hi ha més parelles de conills, creix molt més.
- M: El creixement és cada vegada més gran, oi?

- Imatges de l'ús de material manipulatiu



- Anàlisi de produccions i rúbriques d'avaluació de 3 casos

Anàlisi del Cas 1

Taula 4. Rúbrica d'avaluació per al Cas 1

DIMENSIO	Criteris de resultats Criteris de realització	Nivell 1 Novell	Nivell 2 Aprenent	Nivell 3 Avançat	Nivell 4 Expert
Resolució de problemes	Analitza la informació referent a la situació problema (1)	Identifica les qüestions amb ajuda i obvia algunes de les condicions o dades del problema	Identifica les qüestions, però obvia o s'equivoca en la interpretació d'alguna de les dades o condicions del problema, o bé en desestima les rellevants	Identifica les qüestions, les condicions i les dades del problema, però no les explicita o ho fa de forma incompleta o poc clara	Identifica les qüestions, les condicions i les dades del problema i, a més, les explicita de forma completa i clara
	Desenvolupa estratègies de resolució apropiades per al problema plantejat (2)	Utilitza estratègies manipulatives / gràfiques de resolució (comptatge), sense trobar les relacions numèriques entre les quantitats que apareixen. No necessàriament dona resposta a les qüestions	Utilitza estratègies manipulatives / gràfiques de resolució (comptatge) combinades amb càlcul analític additiu. Troba algunes de les relacions numèriques entre les quantitats que apareixen	Utilitza el càlcul analític additiu com a estratègia de resolució. Troba les relacions numèriques (regularitats) entre les quantitats que apareixen, però no veu el patró	Utilitza el càlcul analític additiu com a estratègia de resolució i generalitza el patró
Comunicació i representació	Comunica el procés de resolució (3)	Es limita a descriure els termes de la seqüència	Describeix els termes de la seqüència i destaca la resposta a les qüestions o explica el procés de resolució de forma incompleta o poc clara	Explica el procés de resolució seguit de forma completa i clara	Argumenta el procés de resolució seguit fent referència al patró i a les relacions numèriques entre quantitats

Quadre 1. Resolució del problema de conills del Cas 1

Mes 1 = 1 parella.
Mes 2 = 1 parella.
Mes 3 = 2 parelles.
Mes 4 = 3 parelles.
Mes 5 = 5 parelles.
Mes 6 = 8 parelles.
Mes 7 = 13 parelles.
Mes 8 = 21 parelles *
Mes 9 = 34 parelles.
Mes 10 = 55 parelles.
Mes 11 = 89 parelles.
Mes 12 = 144 parelles *
Mes 13 = 233 parelles.
Mes 14 = 377 parelles.
Mes 15 = 610 parelles.
Mes 16 = 987 parelles.
Mes 17 = 1597 parelles.
Mes 18 = 2584 parelles.
Mes 19 = 4181 parelles.
Mes 20 = 6765 parelles.
Mes 21 = 10946 parelles.
Mes 22 = 17711 parelles.
Mes 23 = 28657 parelles.
Mes 24 = 46368 parelles.
Mes 25 = 75025 parelles.
Mes 26 = 121393 parelles.
Mes 27 = 196418 parelles.
Mes 28 = 317811 parelles.
Mes 29 = 514229 parelles.
Mes 30 = 832040 parelles.
Mes 31 = 1346269 parelles.
Mes 32 = 2178309 parelles.
Mes 33 = 3524578 parelles.
Mes 34 = 5702887 parelles.
Mes 35 = 9227465 parelles.
Mes 36 = 14930352 parelles.

Mes 37 = 241577857 parelles.
Mes 38 = 39088169 parelles.
Mes 39 = 63245986 parelles.
Mes 40 = 102334155 parelles.
Mes 41 = 165580113 parelles.
Mes 42 = 267914296 parelles.
Mes 43 = 433494437 parelles.
Mes 44 = 701408733 parelles.
Mes 45 = 1134903170 parelles.
Mes 46 = 1836311903 parelles.
Mes 47 = 2971215073 parelles.
Mes 48 = 4807526976 parelles *

Aplicació de regularitats

→

Sumes 1 i 2

Jo he anat sumant adults + bebès i després he sumat els bebès dels dos mesos d'abans i era el resultat que em donava de bebès d'aquell mes. Exemple:

MES 1 = 2 bebès = 1 parella.
MES 2 = 2 adults = 1 parella.
MES 3 = 2 adults i 2 bebès = 2 parelles.
MES 4 = 4 adults 2 bebès.
MES 5 = + no sumem = 6 adults 4 bebès.

Representació analítica
que s'acosta al llenguatge algebraic dels càlculs utilitzats per construir la seqüència

Suma 3

Divisió

Argumentació verbal

Al final he sumat els bebès i els adults i els he dividit entre 2 per aconseguir les parelles.

Representació numèrica
per descriure la seqüència de Fibonacci

Anàlisi del Cas 2

Taula 5. Rúbrica d'avaluació per al Cas 2!

DIMENSIO	Criteris de resultats Criteris de realització	Nivell 1 Novell	Nivell 2 Aprenent	Nivell 3 Avançat	Nivell 4 Expert
Resolució de problemes	Analitza la informació referent a la situació problema (1)	Identifica les qüestions amb ajuda i obvia algunes de les condicions o dades del problema	Identifica les qüestions, però obvia o s'equivoca en la interpretació d'alguna de les dades o condicions del problema, o bé en desestima les rellevants	Identifica les qüestions, les condicions i les dades del problema, però no les explicita o ho fa de forma incompleta o poc clara	Identifica les qüestions, les condicions i les dades del problema i, a més, les explicita de forma completa i clara
	Desenvolupa estratègies de resolució apropiades per al problema plantejat (2)	Utilitza estratègies manipulatives / gràfiques de resolució (comptatge), sense trobar les relacions numèriques entre les quantitats que apareixen. No necessàriament dona resposta a les qüestions	Utilitza estratègies manipulatives / gràfiques de resolució (comptatge) combinades amb càlcul analític additiu. Troba algunes de les relacions numèriques entre les quantitats que apareixen	Utilitza el càlcul analític additiu com a estratègia de resolució. Troba les relacions numèriques (regularitats) entre les quantitats que apareixen, però no veu el patró	Utilitza el càlcul analític additiu com a estratègia de resolució i generalitza el patró
Comunicació i representació	Comunica el procés de resolució (3)	Es limita a descriure els termes de la seqüència	Describeix els termes de la seqüència i destaca la resposta a les qüestions o explica el procés de resolució de forma incompleta o poc clara	Explica el procés de resolució seguit de forma completa i clara	Argumenta el procés de resolució seguit fent referència al patró i a les relacions numèriques entre quantitats

Quadre 2. Resolució del problema de conills del Cas 2

Dades del problema

1. Dades importants:

1r es deixa una parella de conills.

• Pares dels conills:

- 1r mes de vida són babies
- 2n " són adults
- 3r " en reproducció

- Reproducció dels conills:

- Sempre tenen un mascle i una femella
- Es reproduïxen cada mes a partir del seu 3r mes
- Els conills mai moren ni envellixen

2. Preguntes

1. Quantes parelles de conills hi haurà cada mes?
2. Quantes parelles de conills hi haurà al cap d'un any?
3. Quantes parelles de conills hi haurà al cap de 4 anys?

3. Dibuix

/// parella d'adults
/// parella de nens.

Representació gràfica amb llegenda

Representació numèrica

Ús de taules
per descriure la
seqüència de
Fibonacci

Taula 1 - Representació gràfica i numèrica

Gener	Febrer	Març	Abril	Maig	Juny	Juliol	Agost	Setembre	Octubre	Novembre	Desembre	
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	1r any
89	144	233	377	610	987	1597	2584	4181	6765	10946	17711	2r any
28657	46368	75025	121393	196418	317811	514135	832040	1346269	2178309	3524558	5699057	3r any
279122	451755	730907	1181973	1919101	3112320	5033613	8147433	13177053	21313216	34501089	55813215	4r any

Taula 2 - Representació numèrica

Mesos de l'any N° any

4. Resposta a la pregunta 1:

- Al Genar seran una parella perquè diu que hi han 1 conill béss.
- Al Febrer seran 2 conills però si els conills ja seran adults.
- Al Març, com ja té el seu tercer mes de vida, es podran reproduir i per tant tindran 2 fills i seran 1 parella d'adults i 1 parella d'infants.
- A l'Abril, la parella d'adults s'hauran tornat a reproduir i hauran tingut una altra parella de nens i la parella de nens d'abans s'hauran fet adults. Per tant en aquest mes hi hauran 2 parelles d'adults i 1 parella de nens. Per tant seran 3 parelles.
- Al Maig, les dues parelles d'adults del mes anterior s'hauran reproduït i hauran tingut una parella de nens cadascuna. Es infants que hi havia al mes anterior s'hauran fet grans i doncs seran 2 parelles d'adults i seran 3 parelles d'adults que donen un total de 5 parelles.
- Al Juny, les 3 parelles d'adults s'hauran reproduït i hauran fet 3 parelles de nens. Les 2 parelles d'infants del mes passat, hauran crescut i s'hauran fet grans. Per tant, al juny hi hauran 3 parelles de nens i 5 parelles d'adults formades per les 3 parelles d'adults del Maig i els nens que s'han fet grans. Això fa un total de 8 parelles de conills.
- Al Juliol, cada parella d'adults, haurà tingut una parella de nens així fa que siguin 5 parelles de nens. Si sumem les 5 parelles d'adults i les 3 parelles de nens que s'han crescut i s'han fet adults, el resultat és 8 parelles d'adults. Per tant, en el mes de Juny hi han 13 parelles de conills.

Regularitats entre els termes de la seqüència

A aquestes alçades ens adonem de que per calcular el total de conills que hi ha en un mes, ens hem de fixar en el conill del mes anterior.

Els adults del següent mes seran el total de conills del mes anterior perquè els conills petits s'hauran fet grans i tots els conills, doncs seran adults.

Per calcular el total de parelles d'infants, només necessitem el total d'adults del mes anterior. Cada parella de conills adults, tindrà una parella de conills infants. Per tant els infants del següent mes, seran el mateix nombre de parelles que els adults del mes anterior.

Sabent això, només hem de sumar els conills adults als conills petits, obtindrem de resultat el total de conills en un mes.

2. Al cap d'un any hi hauran 144 parelles de conills.

3. Hem arribat a la resposta d'aquesta pregunta amb una taula.

Ens hem adonat de que el total de conills d'un mes es iguala a la suma del total de conills dels dos mesos anteriors.

En la taula, primer hem posat en blau tots els parelles de nens i en blau els parelles d'adults.

He estat sumant com en la primera manera fins que m'he adonat de la regió. Després de fer càlculs fins que he arribat al quart any. M'ha donat que després de l'anys, al prat hi hauran:

5.488.042.926 (conills) parelles de conills

No havia pensat de cap manera que els conills que hi haurien serien tants.

Patró que modelitza la seqüència

Anàlisi del Cas 3

- **Cas 3.** El [Quadre 3](#) correspon al procés de resolució del Cas 3. L'alumne construeix la seqüència correctament fins al mes 12, de manera que la quantitat de parelles de conills que dona per al quart any és incorrecta. Expressa el procés de resolució mitjançant dos tipus de representació: una representació gràfica que combina llenguatge numèric i simbòlic; i una representació analítica que s'acosta al llenguatge algebraic per expressar els càlculs utilitzats per construir la seqüència. Cal destacar que l'alumne acompanya aquestes representacions amb una argumentació verbal.

La [Taula 6](#) correspon a la rúbrica d'avaluació del procés de resolució del Cas 3. Al criteri de realització (1) l'ubiquem en el nivell 4. L'alumne explicita les condicions de reproducció de la població de conills a l'inici mitjançant una representació gràfica. Només obvia el fet que els conills mai moren, però amb el procés de resolució mostra que s'han interpretat correctament totes les dades del problema. Al criteri de realització (2) l'ubiquem al nivell 3, ja que l'alumne troba regularitats entre els nombres de la seqüència i entén per què es donen aquestes relacions. Per obtenir la quantitat total de parelles de conills d'un mes X utilitza dues sumes. Per trobar la quantitat d'adults del mes X , suma els adults que ja hi havia al mes $X-1$ als bebès del mes $X-1$, que ja hauràn crescut. Després agafa la quantitat d'adults del mes $X-1$, que són els que s'han reproduït i, per tant, són els bebès del mes X ; i suma el número de parelles de bebès al de parelles d'adults per trobar el total. L'alumne utilitza aquesta estratègia fins al mes 12, però per arribar a la quantitat de parelles de conills al quart any intenta trobar alguna estratègia més ràpida. Fa proves buscant divisors del 89 i del 55, fins que decideix elevar 144 (parelles de conills al final del primer any) a 4 (any fins al que es vol calcular la quantitat de parelles de conills). Tot i que l'estratègia és incorrecta i no ha sapigut trobar el patró que generalitza la seqüència, l'alumne ha volgut anar més enllà i buscar una argumentació al resultat trobat, i ho fa aplicant més d'una estratègia per resoldre el problema. Al criteri de realització (3) l'hem situat al nivell 4. L'alumne descriu els termes de la seqüència explicitant la quantitat de parelles d'adults i de bebès de cada mes, respon de manera ordenada el que demana l'enunciat del problema, i explica tant verbal com analíticament: el procés de resolució seguit; les regularitats numèriques trobades; i el perquè es donen aquestes regularitats, fent referència a les condicions del problema. Així doncs, l'alumne (Cas 3) es troba entre el nivell 3 i el 4 d'assoliment.

Taula 6. Rúbrica d'avaluació per al Cas 3!

DIMENSIO	Criteris de resultats	Nivell 1 Novell	Nivell 2 Aprent	Nivell 3 Avançat	Nivell 4 Expert
	Criteris de realització				
Resolució de problemes	Analitza la informació referent a la situació problema (1)	Identifica les qüestions amb ajuda i obvia algunes de les condicions o dades del problema	Identifica les qüestions, però obvia o s'equivoca en la interpretació d'alguna de les dades o condicions del problema, o bé en desestima les rellevants	Identifica les qüestions, les condicions i les dades del problema, però no les explicita o ho fa de forma incompleta o poc clara	Identifica les qüestions, les condicions i les dades del problema i, a més, les explicita de forma completa i clara
	Desenvolupa estratègies de resolució apropiades per al problema plantejat (2)	Utilitza estratègies manipulatives / gràfiques de resolució (comptatge), sense trobar les relacions numèriques entre les quantitats que apareixen. No necessàriament dona resposta a les qüestions	Utilitza estratègies manipulatives / gràfiques de resolució (comptatge) combinades amb càlcul analític additiu. Troba algunes de les relacions numèriques entre les quantitats que apareixen	Utilitza el càlcul analític additiu com a estratègia de resolució. Troba les relacions numèriques (regularitats) entre les quantitats que apareixen, però no veu el patró	Utilitza el càlcul analític additiu com a estratègia de resolució i generalitza el patró
Comunicació i representació	Comunica el procés de resolució (3)	Es limita a descriure els termes de la seqüència	Describeu els termes de la seqüència i destaca la resposta a les qüestions o explica el procés de resolució de forma incompleta o poc clara	Explica el procés de resolució seguit de forma completa i clara	Argumenta el procés de resolució seguit fent referència al patró i a les relacions numèriques entre quantitats

Quadre 3. Resolució del problema de conills del Cas 3

DADES	OPERACIONS	Respostes a les preguntes
<p>1m: 2 1m </p> <p>2m: → </p> <p>3m: = 2 </p> <p>4m: </p> <p>2m: </p> <p>3m: = 2</p> <p>4m: × 2 = 3</p> <p>5: × 3 = 5</p> <p>6: × 5 = 8</p> <p>7: × 8 = 13</p> <p>8: × 13 = 21</p> <p>9: × 21 = 34</p> <p>10: × 34 = 55</p> <p>11: × 55 = 89</p> <p>12: × 89 = 144</p> <p>1. Quantes parelles de conills hi hauria al prat al final del 8è mes?</p> <p>2. Quantes al cap d'un any?</p> <p>3. I al cap de 4 anys?</p>	<p>OPERACIONS</p> <p>1. $= \text{male rabbit} \times 13 + \text{female rabbit} \times 8 = 21 \text{ parelles}$</p> <p>2. $\text{male rabbit} \times 89 + \text{female rabbit} \times 55 = 144 \text{ parelles}$</p> <p>3. 1999</p> <p>Argumentació verbal</p> <p>Primer per saber quantes parelles hi haurien cada mes, he sumat els fills que tenien els adults que són els bebès i després he comptat quantes parelles hi haurien al mes següent, més els que havien crescut. Fins al vuitè mes he mirat les parelles que hi haurien, que eren 21 parelles. Després per saber quantes parelles hi haurien en un any he fet el mateix. I per saber quantes parelles de conills hi ha en 4 anys he elevat el 89 i 55 a 4 perquè són les vegades que es repetiran i els he sumat.</p>	<p>Respostes a les preguntes</p> <p>1. $= \text{male rabbit} \times 13 + \text{female rabbit} \times 8 = 21 \text{ parelles}$</p> <p>2. $\text{male rabbit} \times 89 + \text{female rabbit} \times 55 = 144 \text{ parelles}$</p> <p>3. 1999</p> <p>Resposta incorrecta!</p>
<p>Dades problema</p>	<p>Argumentació verbal</p>	<p>Nº total parelles Suma 2</p>
<p>Representació gràfica Combinació llenguatge numèric i simbòlic per explicitar les dades del problema i descriure la seqüència de Fibonacci</p>	<p>Argumentació verbal</p>	<p>Nº parelles bebès</p> <p>Nº parelles adults Suma 1</p>
<p>Representació gràfica Combinació llenguatge numèric i simbòlic per explicitar les dades del problema i descriure la seqüència de Fibonacci</p>	<p>Argumentació verbal</p>	<p>Aplicació de regularitats</p> <p>Cerca d'altres estratègies</p>
<p>Representació gràfica Combinació llenguatge numèric i simbòlic per explicitar les dades del problema i descriure la seqüència de Fibonacci</p>	<p>Argumentació verbal</p>	<p>Representació analítica que s'acosta al llenguatge algebraic dels càlculs utilitzats per construir la seqüència</p>

• Respostes de l'Activitat 3

- Els conills no es poden reproduir tan ràpid / No es poden reproduir tan ràpidament
- No totes les èpoques de l'any són èpoques de reproducció / No poden reproduir-se a totes les èpoques de l'any / No han de reproduir-se cada mes / Arribaria una data en la qual no es poguessin reproduir / Els vells deixarien de estar en edat fèrtil / No tots els conills han de tenir fills / Els conills potser no volen reproduir-se amb els seus germans / Els conills volen ser solters.
- No sempre neixen un nen i una nena / No han de néixer dos conillets obligatòriament / Cada parella de conills, no té un fill i una filla sempre / No sempre surt un mascle i una femella / No sempre tenen bessons i no sempre surten mascle i femella / No sempre d'un embaràs surt un mascle i una femella / No han de sortir dos conills / No sempre que una parella té fills han de ser 2 conills i mascle i femella per reproduir-se / Si algun conill té bessons, un dels bessons pot morir, i llavors un sol no es pot reproduir.
- No poden créixer tan ràpid / Que en un mes no poden créixer i fer-se adults / Els conills no es fan adults en un mes.
- Moririen per moltes causes / Els conills sí o sí moren / A la vida real, els conills s'acabarien morint / En algun moment els conills moririen / Es poden morir per malalties, depredadors, el temporal... / Es moririen (depredadors, malalties, temps, deshidratació, inundacions) / Els conills moren i es fan vells / Un conill difícilment dura 4 anys (depredadors, malalties, temps meteorològic, sequeres, inundacions...) / Els conills moren molt seguit perquè els cacen o ens els mengem, moren de gana o moren de vells.
- Es barallarien pel menjar i si estan en un lloc tancat no hi hauria menjar per tots / El menjar en algun moment s'acabaria. Això faria que alguns conills morissin / En algun moment es quedaran sense menjar / No és possible que visquin al prat, no hi ha tant menjar / Perquè no es poden alimentar tots aquells conills cada dia (no hi ha tant menjar).
- Amb les temperatures també poden morir per algunes causes com per exemple si no plou durant molt temps les plantes no creixerien / Poden morir pel fred i la calor. També perquè si no plou no poden menjar.
- Per l'embaràs també poden morir, perquè no tots els naixements surten bé / Si una conilla està embarassada d'un nen i una nena, pot morir un nen/a a l'embaràs / Una conilla pot morir perquè està parint i té probabilitats / Poden morir en el part.
- Els conills si estan tancats no cabrien perquè no hi hauria tant espai / Perquè necessitarien més espai / En algun moment es quedaran sense espai / Es queden sense espai / No hi ha tant d'espai per tots els conills / En una granja no hi caben tants conills / No poden caber si és un espai tancat / L'espai era limitat així que era impossible que cabessin tots.
- També podrien morir per malalties, i si algun conills tingués una malaltia contagiosa moririen tots / Poden haver-hi epidèmies / Pot haver una epidèmia i molts conills podrien morir per aquesta malaltia.
- Hi ha depredadors que mengen conills / Hi ha animals que també mengen conills / Els conills tenen depredadors com el llop, la guineu, la persona (caçador)...
- Els cuidadors dels conills haurien impedit que hi haguessin tants.
- Els conills podrien saltar la tanca i es podrien haver escapat.

3. Joc de les poblacions

- Transcripcions d'aula

Ex. 3.1

- Creieu que això creixerà molt o creieu que no, o potser passa més o menys... A veure, tu què creus que passarà?
- Jo crec que al final es quedarà una mica més equilibrat perquè d'aquí se n'aniran cap allà i d'allà també vindran cap aquí.
- I aleshores què passa amb el gràfic anterior? Igual?
- No... (alguns nens)
- Més o menys hi hauria les mateixes persones, perquè és el que ha dit l'Elena, es moren i tornen... que se'n van cap allà i després tornen a ser conills.
- (...)
- Com creieu que seria la gràfica d'aquest joc que farem? Com te l'imagines?
- Que seria com més allargada horitzontalment i no tant en pic.
- Depèn, és a l'atzar.
- I què creus que passarà?
- Doncs que... pot passar les dues coses, que sigui així (*gest indicant una línia horitzontal*), o que creixi una mica...
- Que pugi una mica?
- O que es quedi igual.
- Però també pot baixar.
- Ah! I també pot baixar.
- Clar, si de cop i volta molta gent no encerta igual, llavors es quedaran menys conills, això vol dir que baixarà.
- O sigui, pot ser que baixi, que estigui constant...
- O que pugi!

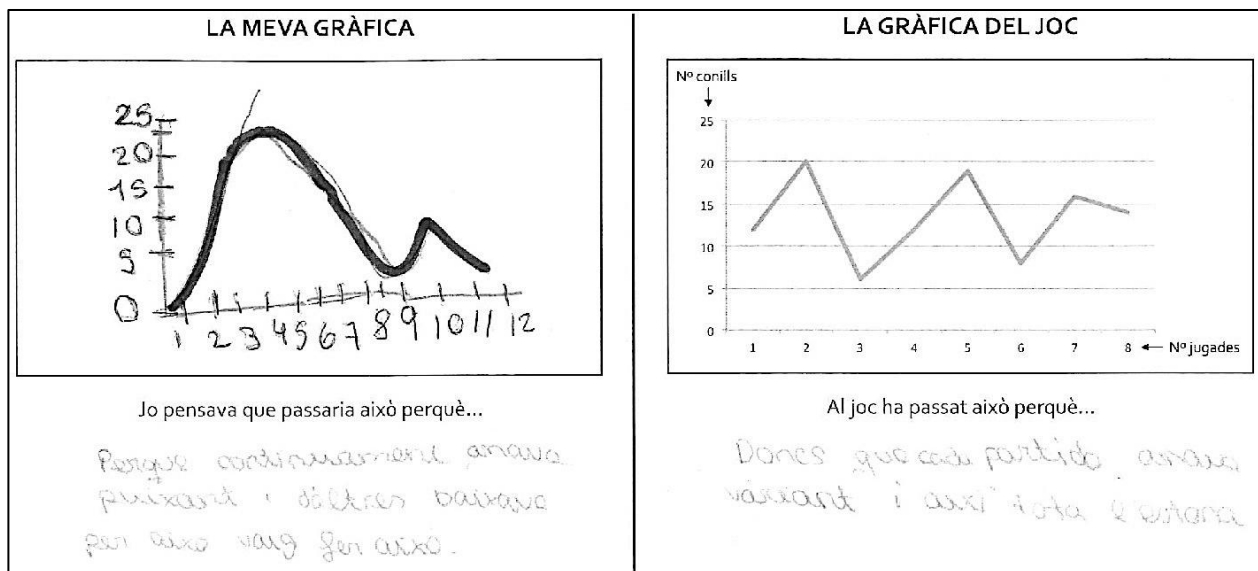
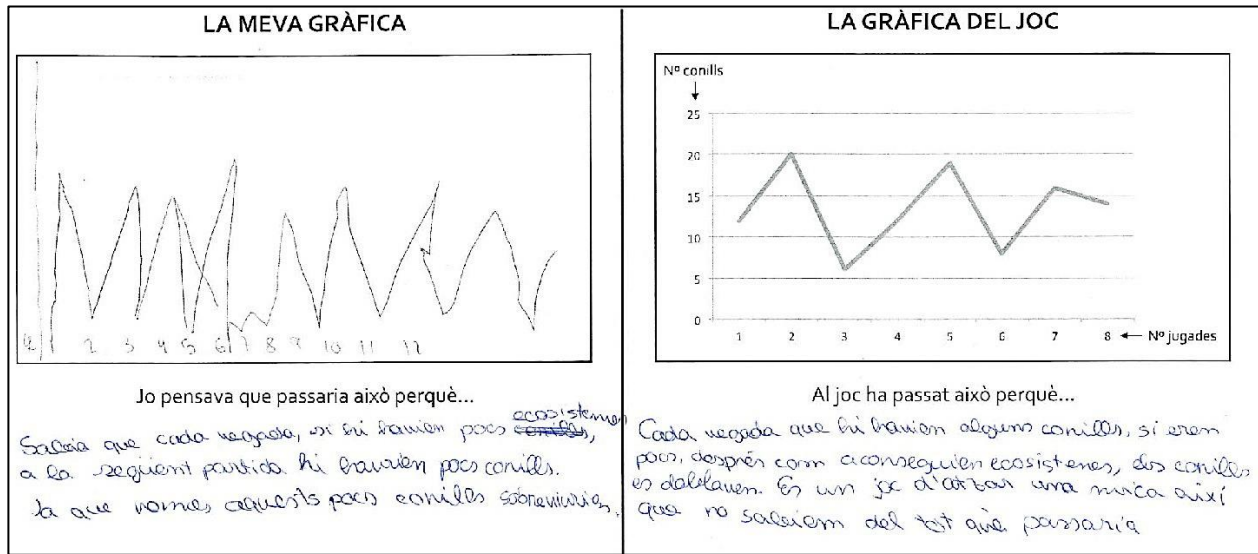
Ex. 3.2

- M1: Aixequem la mà, qui vol explicar què veu a la gràfica que hem fet? (...)
- Hem anat cap a dalt, cap a baix, cap a dalt, cap a baix...
- M1: Per què? Per què passava això?
- Perquè cada vegada... alguns conills es convertien en medi, els altres... el medi en conills... Sempre hi hauria conills o medi es transformarien en l'altre.
- M1: I això, a la vida real, pot passar alguna cosa semblant a això?
- Sí (molts)
- M1: I de quina manera? Com passa? Com us ho imagineu això?
- Doncs que no tots els conills podrien aconseguir tot el que necessiten per viure. Als conills salvatges, perquè també n'hi ha, els passa això de vegades.
- (...)
- A la vida real, quan han crescut els conills que han vingut del medi seria quan es reproduïxen, i quan moren seria quan un depredador els mata...

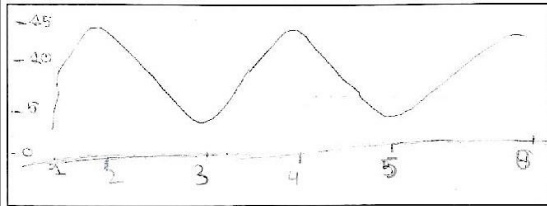
Ex. 3.3

- M1: Ara, si mirem aquesta (*gràfica*), la del joc que vam fer, creieu que mostra una població en equilibri?
- (...)
- Més al final.
- Jo crec que no.
- M1: Per què?
- Perquè de sobte puja molt la població, però al cap de molt poquet temps, ja és molt poqueta... Hi ha una vegada que hi ha molts, i una altra que no.
- M2: La gràfica llavors com hauria de ser en equilibri?
- Amb més línia... Més línia recta.
- M2: Però tot recte, o també aniria pujant i baixant?
- Podria ser pujant i baixant, perquè com hem dit hi havia depredadors... i podrien morir, llavors està pla... podria pujar i baixar.
- Jo crec que no pot passar, perquè com han dit és una mica impossible que de cop i volta es morin tants conills, i de cop i volta tornin a pujar tants. Perquè encara que no sigui una malaltia o alguna epidèmia, això no pot passar. Jo també m'ho imagino com més com una línia recta, però també que hi hagi pujades i baixades.
- M1: Llavors, per tu no mostra una població en equilibri.
- No...
- Jo penso quasi el mateix, que seria impossible perquè, com ha dit la Clàudia, puja molt però després baixa molt la població de conills... Llavors, la última línia del gràfic, jo diria que és la que més s'assembla a com seria el gràfic de... a la vida real dels conills.
- M2: *Vale*, perquè, si ens hi fixem, baixa una mica, però no tant com havia passat al començament.
- Sí, perquè hi haurà èpoques en què sempre hi haurà més conills i èpoques en què sempre hi haurà menys conills...
- Jo crec que tampoc està en equilibri, perquè jo crec que això és possible però no en un nivell molt elevat. Perquè si hi ha molts conills significa que han de menjar i gastaran molt el medi, com el que ha passat. Llavors, si hi ha poc medi, molts conills es queden sense menjar, o aigua... Llavors, jo crec que això podria passar però no tan excessivament.

- Produccions escrites



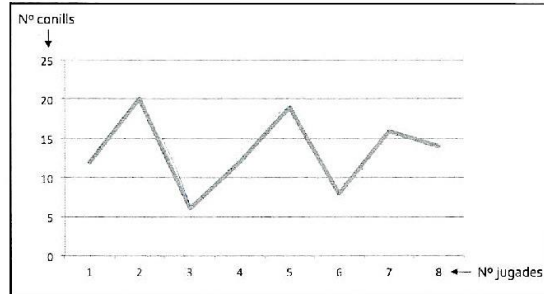
LA MEVA GRÀFICA



Jo pensava que passaria això perquè...

al principi vam veure que hi havia molts conills, després molts es quedarien sense parella. De manera que baixaria el nombre de conills. Jo havia pensat que això passaria una sola vegada i per això ho he dibuixat.

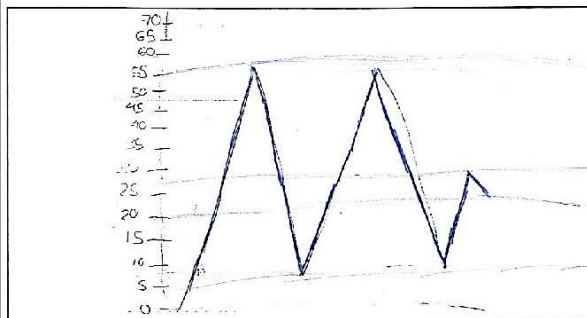
LA GRÀFICA DEL JOC



Al joc ha passat això perquè... els conills anaven pujant i baixant de nombre.

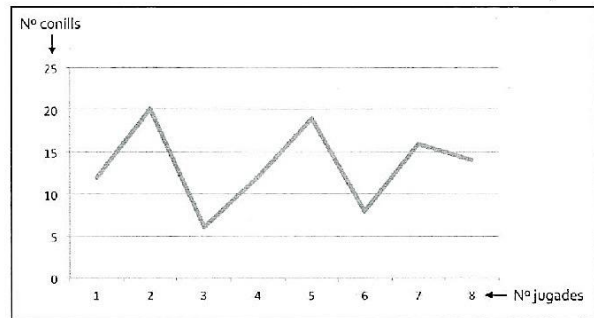
Cada cop si eren 3 conills a la pròxima ronda serien 6, a la pròxima 12. Però arriba un moment que són molts, i hi ha poca meda. Llavors per això pot arribar a començar tan ràpid la població de conills.

LA MEVA GRÀFICA



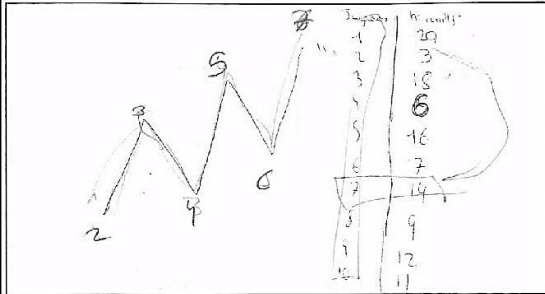
Jo pensava que passaria això perquè... si hi ha poca meda i molts conills, els conills moren i també si hi ha molta meda i poca conills s'incrementa la població.

LA GRÀFICA DEL JOC



Al joc ha passat això perquè... ben amat canvia bastant el que deia el mèdi amb el que deia els conills.

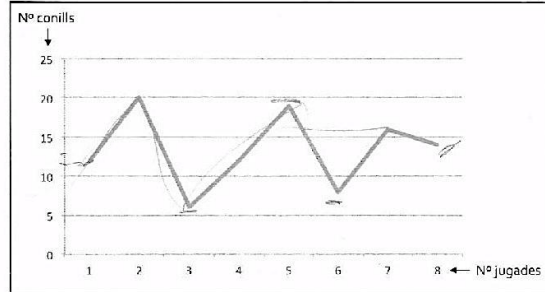
LA MEVA GRÀFICA



Jo pensava que passaria això perquè...

La veritat és que ara ho veig i no té sentit. Suposo que no valia pensar així perquè pensava que els conills augmentarien i disminuirien, però que hi haurien més.

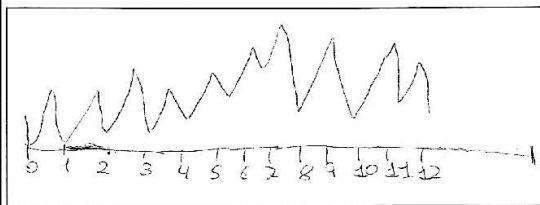
LA GRÀFICA DEL JOC



Al joc ha passat això perquè...

Al principi tots coincidien i hi havien molts conills i poc medi, el que va ser que només uns 3 coincidien amb el medi que hi havia i passava a haver-ne molt més, amb els conills van entrar en poca, i així repetint-se.

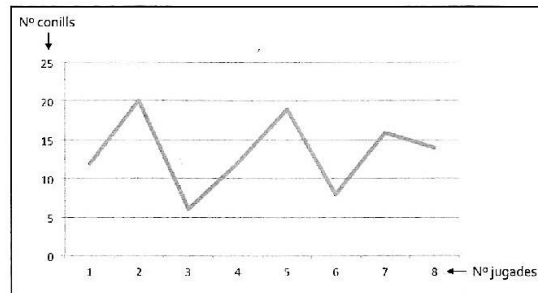
LA MEVA GRÀFICA



Jo pensava que passaria això perquè...

Ja he passat perquè sempre puja i baixa perquè es queda sense conills i moren.

LA GRÀFICA DEL JOC



Al joc ha passat això perquè...

Perquè es queden sense medi i moren, després hi ha molt de medi i poca conills i després es queda sense medi i moren els conills així successivament.

4. Variables a l'atzar

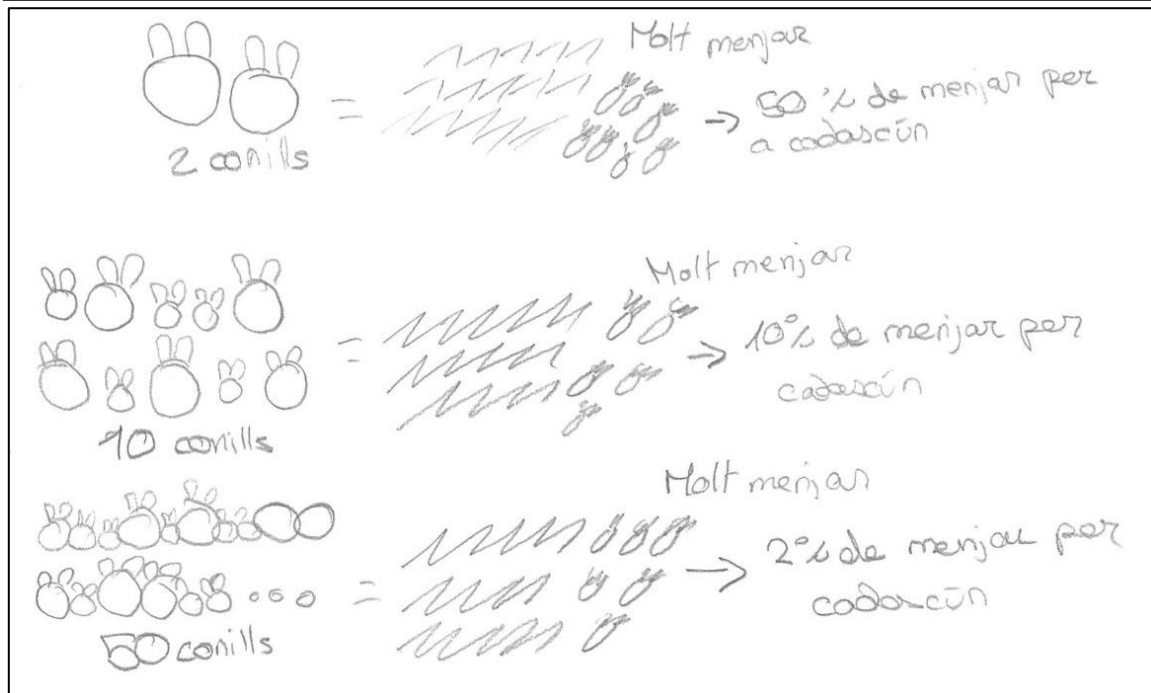
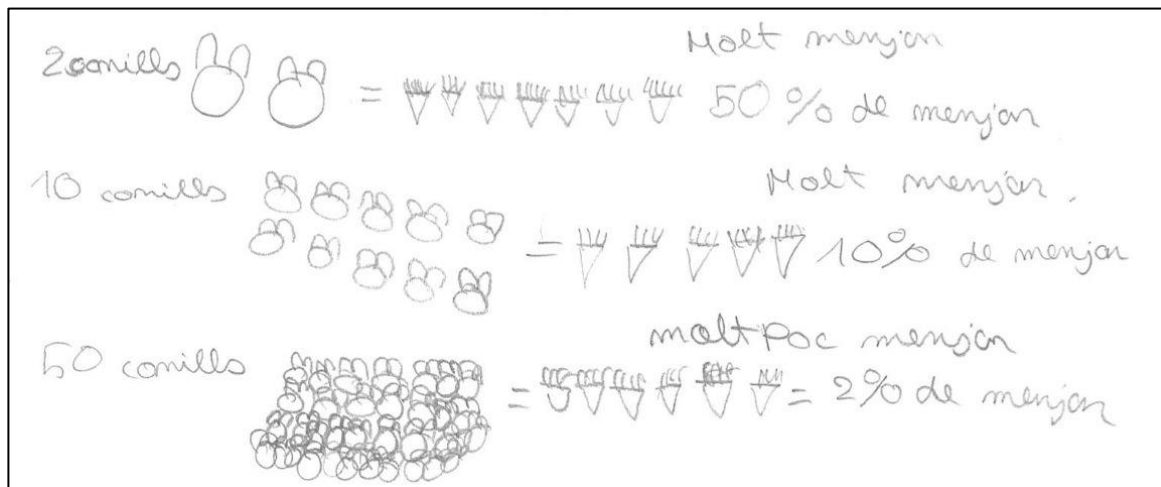
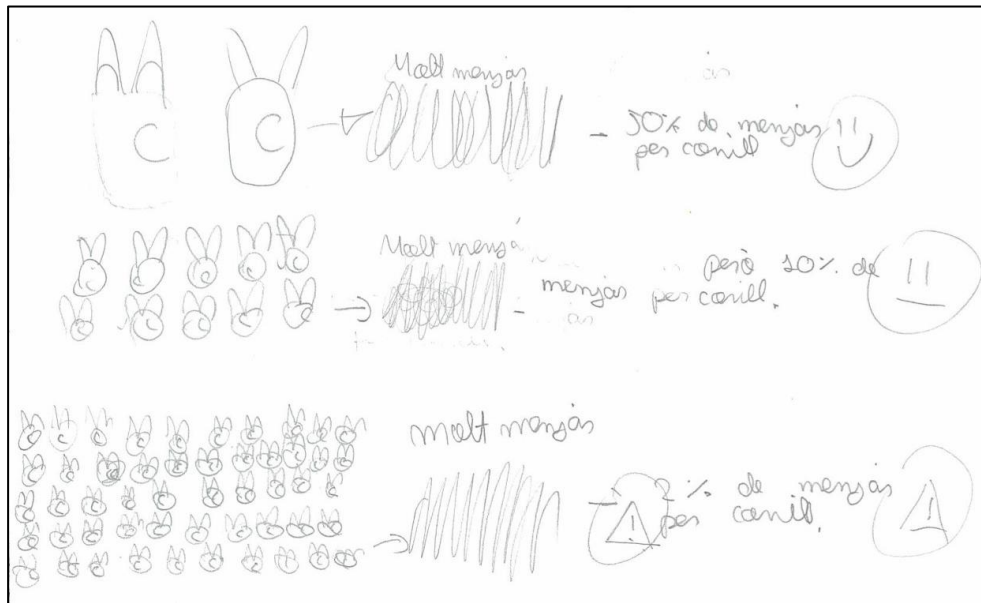
- Transcripcions d'aula

Ex. 4.1

- Nosaltres creiem que aquests conills se seguiran reproduint, ja que tenen un bon medi i, llavors, arribaria un moment que, encara que el menjar no s'acabi, la quantitat de menjar per conill disminuirà.
 - I hem fet... si dos conills eren molt menjar, perquè el menjar mai s'acaba, però cadascú tindrà un 50% de menjar, llavors estaria bé. Després ja, 10 conills, tindrien molt de menjar, però aquest menjar s'ho han de repartir, llavors cadascun tindria un 10%. I així ho hem anat fent, fins que quan arribem a 50 conills, només tindrien un 2% de menjar per cadascú.
-
- El menjar mai s'acaba, però no és la mateixa quantitat 2 conills que 10, que després 50, perquè sempre hi haurà molt menjar, però...
 - Llavors, dos conills, que serien el 50% de cadascun, perquè 50 més 50 és el 100% que és el total de menjar. Però, si en canvi són 10 conills, seria el 10% perquè 100 dividit entre 10 són 10. Llavors seria el 10% de menjar per cada conill. Llavors veiem que cada vegada va baixant la quantitat de menjar.
 - Però si són 50 conills, el conill tindria un 2% de menjar. Llavors serien molts i molts i molts conills, i per exemple, si arribés a 100 conills només tindran un 1% de menjar. Llavors, si creix molt, molt, molt la població...
 - Arribarà a què, tot i que no s'acabi, la quantitat de menjar per conill cada cop aniria baixant...
 - Fins que es podrien morir de gana.

- Produccions escrites

Tindran molta sobrepoblació perquè estan en un bon medi i tindran molt menjar ja que mai s'acaba. Si continua així com són molts conills tindrien menjar però no hi hauria suficient per alimentar a tota la població, tindrien un percentatge més baix d'aliment per cada conill.



5. Base d'orientació

• Transcripcions d'aula

Ex. 5.1

- (...) no podria arribar a haver tants conills perquè s'anirien morint alguns o... tindrien malalties...
 - M: O sigui que hi ha aquests factors externs que fan que no pugui...
 - Que no pugui créixer tant... reproduir-se.
 - M: I si només tenim en compte això, quan analitzem el creixement d'una població, això i ja està, què passaria? Si només tenim en compte les característiques de com es reproduïx aquesta població.
 - Doncs que podria haver sobrepoblació, perquè si no tenen depredadors o alguna cosa que els controlï, poden reproduir-se i poden haver milers i milers... Com a la notícia dels ratolins.
-
- M: I quan diem creixement... per què és important saber com és aquest creixement de la població que estem estudiant?
 - Per saber quants conills hi haurà.
 - A més de per saber si aquesta espècie té un depredador comú... o si... té una competència. Si la població és molt elevada significa que no hi ha depredadors ni elements de la natura que redueixin aquesta població. Per tant, aquesta població podria tenir masses individus i, per tant, podria provocar problemes...
 - M: O sigui, tu el que dius és que, si aquesta població és massa elevada, o no està en equilibri, o està en sobrepoblació... és perquè hi ha algun element de l'entorn...
 - Que la cadena tròfica no està equilibrada, i això està passant a la realitat per les espècies invasores, que potser hi ha una espècie de conills que menja masses plantes, llavors aquestes plantes redueixen i fan que morin altres animals perquè no tenen aliments... i aleshores està tota la cadena tròfica afectada...
 - M: (...) què passaria si nosaltres diem: jo vull analitzar el creixement d'una població, no? Que és el que estem fent ara, i jo tindrè en compte només aquest punt, ja està, res més, només com es reproduïx, i ja està. A veure, què passaria? Diques.
 - Que podria ser dolent perquè llavors tindries una sobrepoblació de conills.
 - Sempre et donarà sobrepoblació, si jo analitzo així.
 - Sí, perquè no tenen depredadors i no tenen malalties, i llavors es continuen reproduint i no moren mai.
 - M: Això, on ho hem vist això?
 - A la notícia dels ratolins.
 - A la notícia dels ratolins faltava un depredador...
 - Es moririen per vellesa, per ser vells.
 - M: Clar, per exemple, en el llibre que hem llegit, aquí també veuríeu alguna cosa així? Què passava?
 - Que els conills no morien mai, per tant, com mai morien i es reproduïen cada mes, la població era immensa, ja que ningú controlava que aquesta població disminuís. O sigui, no estava en equilibri la població perquè era tota l'estona més individus...
 - I no hi havia res que regulés això.
 - I si no hi hagués res que regulés mai, arribaria a ser infinita.
 - M: Perfecte. Molt bé, a veure per allà?
 - Però també pot passar, que si no tenim en compte el medi... o sigui, que per exemple l'alimentació no sigui la suficient per aquesta quantitat, i llavors que aquesta espècie s'extingeixi.
 - M: Clar. En aquest moment ja estàs tenint en compte l'alimentació, per tant, ja estàs tenint en compte el medi, que és necessari per analitzar aquest creixement.

• Respostes de l'avaluació final relacionades amb el creixement de la població

- Els conills amb un mes de vida ja poden tenir fills. --- Les femelles arriben a la maduresa sexual, en funció de la mida, entre els 4 i els 8 mesos.
- En un mes els conills es converteixen en adults. --- Els conills triguen més d'un mes en créixer i fer-se adults.
- Les parelles de conills sempre tenen un fill i una filla. --- Les femelles acostumen a parir entre 5 i 8 cries.
- Tenen 2 fills per embaràs. --- Tenen entre 4 i 6 fills per embaràs.
- Cada vegada tenen un mascle i una femella. --- Els conills tenen de 5 a 12 cries per part i poden ser de qualsevol sexe.
- En cada part surten dues cries, un mascle i l'altre femella. --- En cada part surten entre 7-14 cries de conills.
- Sempre neix un mascle i una femella. --- No sempre neix un mascle i una femella. Pot néixer dos mascles o al revés dos femelles o fill únic. (*Combinatòria*)
- Els conills amb un mes de vida ja poden tenir fills. --- La mare pot parir entre 2 i 3 cops cada any.
- Poden arribar a tenir en tota la seva vida un màxim de 1848 conills i a l'any 100 cries.
- Els conills del Prat Fibonacci es reproduïxen cada mes. --- Els conills tarden 30 dies en reproduir-se i el part dura dies.
- Els conills són adults a partir del mes. --- Els conills són adults a partir del setè mes de vida.
- És impossible que els conills creixin en un mes i tinguin fills en un mes.
- Durant tot l'any tenen fills. --- La seva època per tenir fills és de febrer a octubre.
- Els conills es reproduïxen cada mes. --- Els conills es reproduïxen cada quatre i vuit mesos.
- Els conills poden suportar totes les temperatures. --- Els conills són molt sensibles. Durant els mesos de calor cal tenir precaució, els agraden més les temperatures baixes.
- Poden viure molt bé a la calor i al fred no els hi passa res / En els camps canvien de temperatura. --- Només poden aguantar fins a 30º, més de 30º podrien tenir problemes / Els conills no poden aguantar menys de 0º perquè es posen malalts, no aguanten els canvis de temperatura.
- Poden arribar a tenir en tota la seva vida un màxim de 1848 conills i a l'any 100 cries.
- 4.807.526.976 conills hi caben en un prat. --- Els conills viuen en prats excavats per ells mateixos que s'anomenen llodrigueres. Ocupen àmplies zones de territori per tant no hi caben tant.
- Els conills no poden morir. --- Hi ha depredadors que se'ls mengen i solen viure 10 anys.
- Els conills compten quantes pastanagues tenen. --- Només l'ésser humà pot comptar / Els conills no estan capacitats per comptar.